

Algorithmique et Structures de Données

Master Biologie structurale, bioinformatique et biotechnologies

Contôle continu

Année 2014 - 2015

Jean-Michel Dischler

1. Calcul de la puissance

On se propose de donner une définition récursive du calcul de puissance :

Puiss(n : entier) $\rightarrow$ entier

Sachant que $x^{(2n)} = (x^n)^2$ et que $x^{(2n+1)} = x^{(2n)} * x$, où $\wedge$ désigne la puissance, proposer un algorithme récursif pour la fonction *Puiss*.

Combien de multiplications faut-il pour $n=23$? Pour quels valeurs de n le nombre de multiplications est-il maximal ?

On supposera par la suite que la complexité (le nombre de multiplications) est de l'ordre de $\log(n)$.

2. Calcul d'un polynôme

Soit le polynôme $P_n(x)$ suivant :

$$P_n(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3 + \dots + a_{n+1}x^n$$

Proposer un algorithme itératif utilisant la fonction *Puiss* précédente pour calculer la valeur de $P_n(x)$ pour un x donné. Cette fonction a le profile suivant :

Polynome(double $a[1-n]$, int n , double x) $\rightarrow$ double

Cette fonction prend en paramètre d'entrée le tableau $a[]$ des coefficients du polynôme, la puissance n du monome de plus haut degré et le nombre x .

Sachant que $\log(n!) \approx n \log(n)$ et que $\log(a*b) = \log(a) + \log(b)$, évaluer approximativement la complexité de $P_n(x)$ en nombre de multiplications ?

3. Calcul récursif

Exprimer à présent le calcul du polynôme de manière récursive sans utiliser la fonction *Puiss*. C'est-à-dire : exprimer *Polynome*($a[1-n]$, n , x) en fonction de *Polynome*($a[2-n]$, $n-1$, x). En déduire l'algorithme de calcul. Quel est le nombre de multiplications ? Cette complexité est elle meilleure que la précédente ?