

TD d'algorithmique avancée

TD : recherche de l'élément majoritaire

Jean-Michel Dischler et Alain Ketterlin

Nous nous intéressons à un tableau A de n éléments, n étant supposé être une puissance de deux. Nous supposons également que la seule opération à notre disposition nous permet de vérifier si deux éléments sont ou non égaux. Un élément x de A est dit majoritaire si et seulement si A contient strictement plus de $n/2$ occurrences de x . Nous nous intéresserons à la complexité au pire.

Algorithme naïf

1. Écrivez un algorithme qui calcule le nombre d'occurrences d'une valeur x présentes entre les indices i et j d'un tableau A .
2. Quelle est la complexité de cet algorithme ?
3. Au moyen de l'algorithme précédent, écrivez un algorithme MAJORITAIRE qui vérifie si un tableau A contient un élément majoritaire.
4. Quelle est la complexité de cet algorithme ?

Premier algorithme « diviser pour régner »

1. Proposez un algorithme MAJORITAIRE construit suivant le paradigme « diviser pour régner ». Cet algorithme divisera en deux le tableau A sur lequel il travaille. Il renverra le couple (VRAI, x) si le tableau A contient un élément majoritaire (x étant cet élément) et renverra le couple (FAUX, 0) si le tableau A ne contient pas d'élément majoritaire.
2. Quelle est la complexité de cet algorithme ?

Deuxième algorithme « diviser pour régner »

1. Écrivez un algorithme construit suivant le paradigme « diviser pour régner », prenant en entrée un tableau A —qu'il divisera en deux— et possédant la propriété suivante :
 - soit cet algorithme nous garantit que le tableau A ne contient pas d'élément majoritaire ;
 - soit cet algorithme nous renvoie un élément x et un entier $c_x > n/2$ tels que x apparaisse *au plus* c_x fois dans A et que tout autre élément de A apparaisse *au plus* $n - c_x$ fois dans A .
2. Quelle est la complexité de cet algorithme ?
3. À partir de l'algorithme précédent, écrivez un algorithme MAJORITAIRE qui vérifie si un tableau A contient un élément majoritaire.
4. Quelle est la complexité de cet algorithme ?