Université Louis Pasteur **Semestre de printemps 2003**
UFR de Mathématique et Informatique **IUP GMI 1ère année**

Traitement du Signal

Contrôle continu

Durée : 2 heures
Tous documents et calculettes autorisés
Téléphones portables interdits

Justifiez soigneusement vos réponses!

(1) Phase et amplitude
Soit $\nu > 0$. On considère la fonction de variable t donnée par

$$3\cos(2\pi\nu t) + 4\sin(2\pi\nu t) \quad .$$

On peut l'exprimer sous la forme d'une cosinusoide de fréquence ν, d'amplitude A et de phase φ :

$$A\cos(2\pi\nu t + \varphi) \quad .$$

(i) Donner une construction géométrique de A et φ.
(ii) Calculer A.
(iii) Donner une formule trigonométrique caractérisant φ.

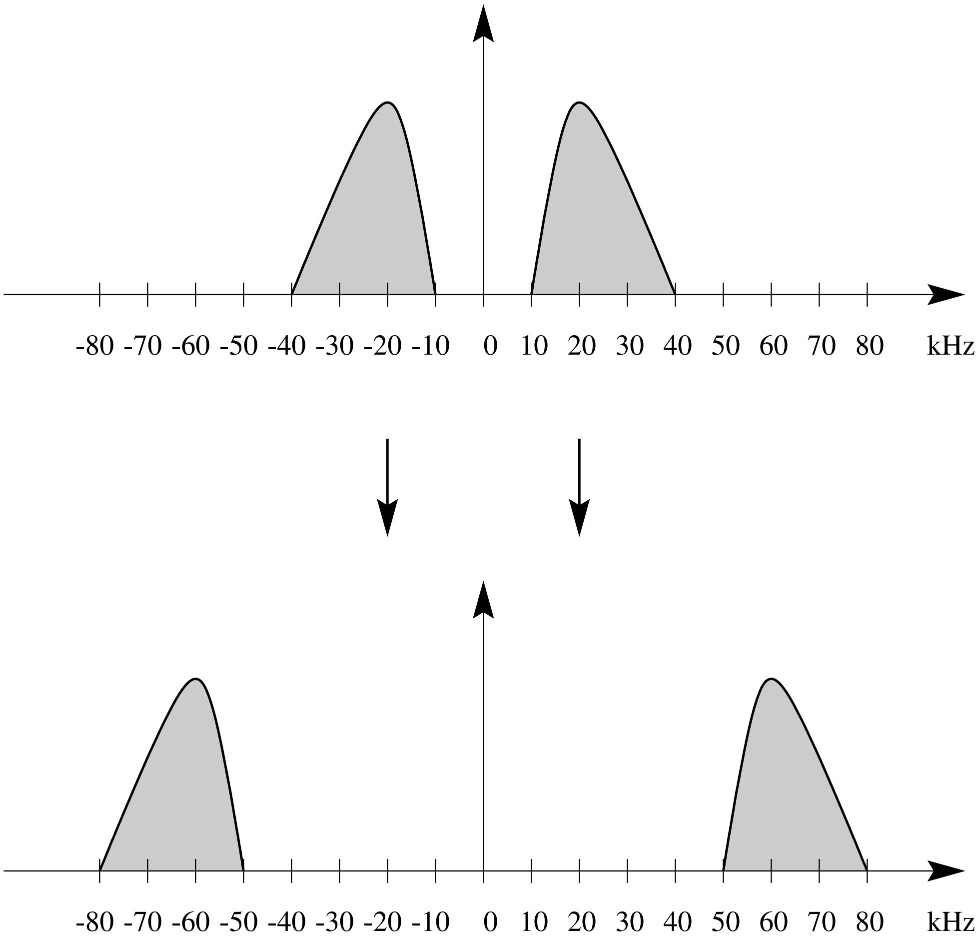
(2) Modulation et filtrage
On dispose des appareillages suivants :

(a) *un modulateur d'amplitude cosinusoidal:* celui-ci multiplie un signal $S(t)$ par la fonction cosinusoide $\cos[2\pi f_m t]$, dont la fréquence f_m de modulation est réglable par l'utilisateur ;
(b) *un filtre passe bas :* celui-ci enlève d'un signal toutes les fréquences dont la valeur absolue est supérieure à une fréquence de coupure f_c, cette fréquence étant réglable par l'utilisateur ;
(c) *un filtre passe haut :* celui-ci enlève d'un signal toutes les fréquences dont la valeur absolue est inférieure à une fréquence de coupure f_c, cette fréquence étant réglable par l'utilisateur ;
(d) *un amplificateur:* celui-ci multiplie un signal $S(t)$ par une constante A réglable par l'utilisateur.

On a un signal dont les fréquences positives s'échelonnent de 10k Hz à 40k Hz (donc le spectre de fréquences couvre les bandes $[-40, -10]$ et $[10, 40]$ sur un échelle en k Hz). Expliquer comment on peut utiliser les appareillages (a, b, c, d) pour décaler le spectre de fréquences sur les bandes $[-80, -50]$ et $[50, 80]$ en k Hz,

(i) en décalant les fréquences positives de +40k Hz ;
(ii) en décalant les fréquences négatives de −40k Hz.

(Voir la figure au verso.)



(3) Série de Fourier

On considère la fonction valeur absolue de cosinus : $|\cos(x)|$.

(i) Donner sa période.

(ii) Donner sa décomposition en série de Fourier en cosinus et sinus.

(4) Sous-échantillonnage

On mesure le temps en secondes, et les fréquences en Hertzs. Soient S un signal analogique, et S_1 le signal échantillonné avec une fréquence de 10k (échantillons pris aux temps $z/10k$ pour $z \in \mathbb{Z}$). Soit S_2 le signal sous-échantillonné obtenu en ne gardant que les échantillons pairs de S_1 (c.à.d. pris aux temps $z/10k$ pour z pair).

(i) Décrire ce que S_2 représente par rapport à S.

(ii) Donner $\mathcal{F}(S_1)$ et $\mathcal{F}(S_2)$, les transformées de Fourier de S_1 et S_2, en fonction de $\mathcal{F}(S)$, celle de S.