Université Louis Pasteur | **Session de Septembre 2001**
UFR de Mathématique et Informatique | **IUP GMI 1ère année**

Traitement du Signal

Durée : 3 heures
Responsable : Prof. Christian RONSE
Tous documents et calculettes autorisés
Téléphones portables interdits

Justifiez soigneusement vos réponses!

(1) Série de Fourier *(4 points)*
On considère la fonction périodique f de période 2π définie sur la période $[0, 2\pi[$ par :

$$f(x) = \pi - x.$$

Exprimer f sous forme de série de sinus et de cosinus.

(2) Transmission sur une bande de fréquences *(8 points)*
On a un canal de transmission de signaux joignant deux lieux (départ et arrivée), qui laisse passer sans pertes ni distorsions les fréquences de 80k Hz à 120k Hz (pour les fréquences positives, et symétriquement pour les fréquences négatives...). Des deux côtés du canal on dispose des appareillages suivants :

(a) *un modulateur d'amplitude cosinusoidal :* celui-ci multiplie un signal $S(t)$ par la fonction cosinusoide $\cos[2\pi f_m t]$, dont la fréquence f_m est réglable par l'utilisateur ;

(b) *un filtre passe-bas :* celui-ci enlève d'un signal toutes les fréquences dont la valeur absolue dépasse une fréquence de coupure f_b, cette fréquence étant réglable par l'utilisateur.

(c) *un filtre passe-haut :* celui-ci enlève d'un signal toutes les fréquences dont la valeur absolue est inférieure à une fréquence de coupure f_h, cette fréquence étant réglable par l'utilisateur.

On a un signal dont les fréquences s'échelonnent de 30k Hz à 60k Hz (pour les fréquences positives, et symétriquement pour les fréquences négatives...). Expliquer comment on peut :

(i) au lieu de départ, transformer le signal au moyen des appareillages (a, b, c) avec un certain réglage, afin de pouvoir le transmettre sans pertes ni distorsions à travers le canal disponible ;

(ii) au lieu d'arrivée, transformer au moyen des appareillages (a, b, c) avec un certain réglage le signal transmis par le canal, afin d'obtenir à nouveau le signal initial.

Illustrer graphiquement les effets sur le spectre de fréquences des transformations utilisées en (i, ii).

NB. *Cette question ressemble beaucoup à la question 1 du contrôle continu, cependant la solution utilisée alors ne convient pas ici, parce que l'intervalle* $[-60, +60]$ *est plus large que l'intervalle* $[80, 120]$...

(3) Choix de modulation *(3 points)*
Considérons les deux formes suivantes de modulation (pour une fréquence de modulation f_m) d'un signal S :

(a) *Modulation cosinusoidale :* On transmet le signal M donné par

$$M(t) = S(t) \cdot \cos[2\pi f_m t].$$

(b) *Modulation à bande latérale unique (BLU) :* On transmet le signal M donné par

$$M(t) = S(t) \cdot \cos[2\pi f_m t] - S^*(t) \cdot \sin[2\pi f_m t],$$

où S^* est le signal déphasé de $-\pi/2$ pour les fréquences positives, c.à.d.

$$\mathcal{F}(S^*)(\nu) = \begin{cases} -i\,\mathcal{F}(S)(\nu) & \text{pour } \nu > 0, \\ 0 & \text{pour } \nu = 0, \\ +i\,\mathcal{F}(S)(\nu) & \text{pour } \nu < 0. \end{cases}$$

Donner les avantages et inconvénients des deux types de modulation, et illustrer cette explication sur un exemple concret.

(4) Modulation et échantillonnage *(5 points)*
On considère les deux opérations suivantes :

(a) un échantillonnage de fréquence ν (c.à.d. de pas $1/\nu$), qui transforme un signal analogique en un train d'impulsions, chaque impulsion ayant comme poids la valeur du signal aux temps d'échantillonnage :

$$S \mapsto \sum_{z=-\infty}^{+\infty} f(z/\nu)\delta_{z/\nu}.$$

(b) une modulation cosinusoidale de fréquence f, qui multiplie un signal (analogique ou échantillonné) par la cosinusoide $\cos[2\pi ft]$.

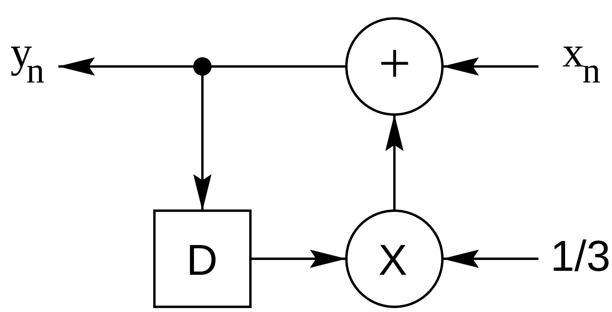
Expliquer ce que donnent les deux opérations suivantes dans le domaine temporel (au niveau du signal lui-même) et dans le domaine de Fourier (au niveau du spectre de fréquences) :

(i) moduler (b) et ensuite échantillonner (a) ;

(ii) échantillonner (a) et ensuite moduler (b).

Quelle différence y a-t-il entre (i) et (ii) ?

(5) Système discret *(3 points)*
On considère le système discret aux entrée x_n et sortie y_n ($n \in \mathbb{Z}$) donné par le diagramme suivant (où D représente un délai d'une unité) :



(i) Ecrire l'équation liant les y_n et les x_n.

(ii) Ce système est-il à réponse impulsionnelle finie ?