Université Louis Pasteur
Département d'Informatique

Session de Juin 1997

LICENCE ET MAÎTRISE D'INFORMATIQUE

Traitement d'Images

Durée : 3 heures
Responsable : Prof. Christian RONSE
Tous documents autorisés

Justifiez soigneusement vos réponses!

(1) Squelettisation parallèle *(8 points)*
On conçoit un algorithme parallèle de squelettisation qui consiste à appliquer la procédure suivante d'écrêtage de la figure (appelée F ci-dessous) jusqu'à ce que "plus rien ne change" (c.à.d. plus aucun pixel ne soit enlevé de la figure).
PROCÉDURE ECRÊTAGE(entrée, sortie : F)
(1°) En parallèle : marquer "A" tous les pixels p de F tels que
  — p est topologiquement enlevable de F pour la 4-connexité (c.à.d. le nombre de Yokoi $Y_4(p) = 1$), **ET**
  — p a au moins deux 4-voisins dans F.
(2°) En parallèle : marquer "B" tous les pixels p de F qui sont marqués "A" **ET** tels que :
  — **SOIT** p n'a aucun 8-voisin marqué "A",
  — **SOIT** pour tout pixel q 8-voisin de p qui est marqué "A", p est topologiquement enlevable de $F \setminus \{q\}$ pour la 4-connexité (c.à.d. le nombre de Yokoi $Y_4(p)$ reste $= 1$ si on enlève q du voisinage de p).
(3°) En parallèle : retirer de F tous les pixels marqués "B".
(4°) En parallèle : effacer les marques "A" restantes sur les pixels de F.

En d'autres termes, cette procédure enlève en parallèle de la figure tous les pixels ayant le nombre de Yokoi égal à 1 pour la 4-connexité et ayant au moins deux 4-voisins dans la figure, mais vérifie quand même que deux pixels 8-voisins satisfaisant ces deux propriétés ne modifient pas la topologie de la figure si on les enlève ensemble.

(a) *(5 points)* Déterminez si cette procédure préserve la topologie de la figure en 4-connexité (utilisez pour cela la théorie des "ensembles non-enlevables minimaux" du cours).

(b) *(3 points)* En répétant cette procédure jusqu'à ce que “plus rien ne change”, obtient-on toujours un squelette le plus fin possible?

(2) Lissage linéaire ou filtre médian *(8 points)*

On considère les trois opérations suivantes :

- (i) Un lissage linéaire par convolution avec un masque 3×3 centré sur le pixel, où tous les coefficients sont égaux à $1/9$.
- (ii) Un filtre médian avec une fenêtre 3×3 centrée sur le pixel.
- (iii) Ne rien faire.

On considère les deux situations suivantes pour une image à niveaux de gris ; expliquez pour chacune d'elle l'effet de (i) et (ii), et indiquez laquelle de (i), (ii), ou (iii) est l'opération la plus souhaitable :

(a) *(4 points)* L'image a subi un “dithering”, c.à.d. les niveaux de gris sont réduits à une palette plus pauvre que $[0 \ldots 255]$, mais de telle sorte que dans une petite région les écarts de niveaux de gris vers le haut et vers le bas par rapport à l'original se compensent. On souhaite éliminer autant que possible cet effet de “dithering”.

(b) *(4 points)* On veut mettre en évidence les contours dans l'image (par exemple avec l'opérateur de Sobel appliqué en TP), et l'opération (i), (ii), ou (iii) serait à appliquer **avant** ce rehaussement de contours.

(3) Morphologie ensembliste *(4 points)*

Exprimez en termes d'opérations ensemblistes (union, intersection, complémentation), d'opérations morphologiques (dilatation, érosion, transformée en tout ou rien, ouverture, fermeture), et d'éléments structurants explicites l'opération qui extrait d'une figure ensembliste F (dans le plan discret $\mathbb{Z}^2$) la réunion de tous les rectangles R satisfaisant simultanément les 4 conditions suivantes :

- R est haut de 3 pixels et large de 5 ;
- R est inclus dans F ;
- la ligne horizontale de 5 pixels juste au-dessus de R est incluse dans le fond $B = F^c = \mathbb{Z}^2 \setminus F$;
- la ligne horizontale de 5 pixels juste en-dessous de R est incluse dans le fond $B = F^c = \mathbb{Z}^2 \setminus F$.

Nous illustrons ci-dessous ces propriétés de R :

$$\begin{array}{ccccccc}
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ & & \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & R \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & \\
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ & &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
\circ = \text{pixel de } F^c \\
\bullet = \text{pixel de } F
\end{array}$$