Université Louis Pasteur | Session de Juin 2002
UFR de Mathématique et Informatique | **Maîtrise d'informatique**

Traitement d'Images

Durée : 3 heures
Responsable : Prof. Christian RONSE
Tous documents et calculettes autorisés
Téléphones et ordinateurs portables interdits

Justifiez soigneusement vos réponses!

(1) Seuillage percentile *(4 points)*

On dispose d'un logiciel (comme XV) permettant d'effectuer (entre autres) sur une image :

(a) l'égalisation d'histogramme ;

(b) l'application d'une transformation f aux niveaux de gris de tous les pixels de l'image, où la fonction f est donnée par l'utilisateur, indépendamment du contenu de l'image.

Expliquer comment utiliser les fonctionnalités (a) et (b) pour opérer un seuillage percentile, qui rend noirs les 70% de pixels les plus sombres de l'image, et blancs les 30% de pixels les plus clairs.

(2) Points simples *(3 points)*

Soit F une figure dans $\mathbb{Z}^2$ et B le fond ($B = \mathbb{Z}^2 \setminus F$). Pour un point de F, on considère la configuration des pixels de la figure (marqués 1) et du fond (marqués 0) dans le 8-voisinage de ce point. On a les deux configurations (a) et (b) illustrées ci-dessous :

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{array}$$

(a) (b)

On a les deux cas :

(4) la 4-adjacence sur la figure et la 8-adjacence sur le fond ;

(8) la 8-adjacence sur la figure et la 4-adjacence sur le fond.

Question : Pour chacune des 2 configurations (a) et (b) et dans chacun des 2 cas (4) et (8) :

(i) Donner le nombre de Yokoi du point central de la configuration.

(ii) Déterminer si ce point est simple (c.à.d. si on peut l'enlever de la figure sans modifier la topologie).

(3) Filtre linéaire, médian, ou de Kramer-Bruckner *(5 points)*

Une image à niveaux de gris I est transformée en une image binaire (noir et blanc) en demi-ton I_d par un algorithme de *dithering*, c.à.d. I_d est formée de pixels noirs et blancs, et dans une petite zone la proportion entre les nombres de pixels blancs et de pixels noirs dans I_d correspond au niveau de gris dans I. Expliquer l'effet de chacune des 3 opérations (a, b, c) sur l'image en demi-ton I_d, dans les différentes zones, en fonction de leurs niveaux de gris dans l'image à niveaux de gris initiale I :

(a) Un lissage linéaire par convolution avec un masque 3×3 à coefficients tous égaux à $1/9$.

(b) Un filtre médian avec une fenêtre 3×3.

(*c*) L'opérateur de Kramer-Bruckner (qui remplace en parallèle le niveau de gris de chaque point par le plus proche entre le maximum et le minimum des niveaux de gris de la fenêtre), avec une fenêtre 3×3.

(4) Composantes connexes *(3 points)*

Pour un ensemble X de pixels et pour $k = 4$ ou 8, soit $C_k(X)$ le nombre de composantes k-connexes de X. Soit F une figure (ensemble de pixel) dans une grille *finie* G, et B le fond ($B = G \setminus F$, le complément de F dans G). Montrer comment

$$C_4(F) - C_8(F) + C_4(B) - C_8(B)$$

peut être obtenu par comptage de certaines configurations 2×2 de pixels de F et de B dans G.

(5) Algorithme séquentiel *(7 points)*

On a une grille rectangulaire G à L lignes et C colonnes, dont les pixels sont de coordonnés (i, j) pour la ligne $i = 1, \ldots, L$ et la colonne $j = 1, \ldots, C$. Soit X une partie de G. On construit une fonction f sur G, à valeurs entières, par l'algorithme séquentiel suivant :

1) Initialisation :
Pour tout point (i, j) de G, on pose

$$f(i,j) := \begin{cases} 0 & \text{si } (i,j) \in X, \\ M & \text{si } (i,j) \notin X, \end{cases}$$

où M est une valeur beaucoup plus grande que $L + C$.

2) Itérations horizontales :
Sur chaque ligne $i = 1, \ldots, L$ (indépendamment l'une de l'autre) on fait :
a) pour j croissant de 2 à C, on pose

$$f(i,j) := \min\bigl[f(i,j), f(i,j-1)+1\bigr].$$

b) pour j décroissant de $C - 1$ à 1, on pose

$$f(i,j) := \min\bigl[f(i,j), f(i,j+1)+1\bigr].$$

3) Itérations verticales :
Sur chaque colonne $j = 1, \ldots, C$ (indépendamment l'une de l'autre) on fait :
a) pour i croissant de 2 à L, on pose

$$f(i,j) := \min\bigl[f(i,j), f(i-1,j)+1\bigr].$$

b) pour i décroissant de $L - 1$ à 1, on pose

$$f(i,j) := \min\bigl[f(i,j), f(i+1,j)+1\bigr].$$

Question :

(*i*) Illustrer l'application de cet algorithme sur la figure suivante ($L = 6$, $C = 7$), où les pixels de X sont marqués 'X' et les autres sont marqués d'un point :

$$\begin{array}{ccccccc}
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & X & \cdot & \cdot & \cdot & X & \cdot \\
\cdot & X & \cdot & \cdot & \cdot & X & \cdot \\
\cdot & X & X & X & X & X & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & X & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot
\end{array}$$

(*ii*) Expliquer ce que donne f sur une figure quelconque dans une grille rectangulaire de taille arbitraire $L \times C$.