Université Louis Pasteur — Session de Juin 2001

UFR de Mathématique et Informatique — **Licence et Maîtrise d'informatique**

Traitement d'Images

Durée : 3 heures

Responsable : Prof. Christian RONSE

Tous documents autorisés

Téléphones portables interdits

Justifiez soigneusement vos réponses!

(1) Opérateur bouche-trous *(9,5 points)*

Une partie X de $\mathbb{Z}^2$ est dite bornée si elle est incluse dans un rectangle de dimensions finies. On choisit $k = 4$ ou 8 et on pose $k' = 12 - k$. Etant donnée une figure *bornée* F dans $\mathbb{Z}^2$, écrivons $\eta_k(F)$ pour la composante k'-connexe non bornée du complément (ou fond) $\mathbb{Z}^2 \setminus F$ de F. Soit β_k l'opérateur défini sur les parties bornées de $\mathbb{Z}^2$ par

$$\beta_k(X) = \mathbb{Z}^2 \setminus \eta_k(X).$$

En d'autres termes, $\beta_k(X)$ est formé de X et de ses trous (s'il y en a).

Soit F une figure bornée.

- *(i)* *(1,5 point)* Que peut-on dire de $\eta_k(\beta_k(F))$? Quelles sont les composantes k'-connexes de $\mathbb{Z}^2 \setminus \beta_k(F)$?
- *(ii)* *(2 points)* Etant donné l'arbre d'adjacence dont les sommets sont les composantes k-connexes de la figure F et les composantes k'-connexes du fond $\mathbb{Z}^2 \setminus F$, et dont les arêtes relient les composantes adjacentes, expliquer comment construire l'arbre d'adjacence de $\beta_k(F)$, et préciser à quels ensembles correspondent ses sommets.
- *(iii)* *(1,5 point)* $\beta_k(F)$ est-il borné ? Si oui, comparer les deux rectangles bornant respectivement $\beta_k(F)$ et F.
- *(iv)* *(1,5 point)* A-t-on $\beta_k(F) = \beta_k(\beta_k(F))$? (En d'autres termes, β_k est-il idempotent ?)
- *(v)* *(3 points)* Pour $P \subseteq F$, a-t-on nécessairement $\beta_k(P) \subseteq \beta_k(F)$? (En d'autres termes, β_k est-il croissant ?) Donner une preuve dans l'affirmative, un contre-exemple dans la négative.

(2) Correction de contraste *(2,5 points)*

On a numérisé (en niveaux de gris) deux photos en portrait d'une personne, prises à même distance et sur un même fond. La première est bien contrastée, tandis que dans la deuxième des corrections sont nécessaires sur les niveaux de gris du visage, des cheveux, et du fond. On dispose d'un logiciel interactif permettant de mesurer les niveaux de gris dans une zone rectangulaire délimitée avec la souris, et de spécifier une fonction de transformation de niveaux de gris. Expliquer comment utiliser un tel logiciel pour faire les corrections sur la deuxième photo en utilisant les informations de la première.

(3) Restauration de niveaux de gris sous-quantifiés *(7 points)*

Une image I_0 à 256 niveaux de gris (8 bits par pixel) a été sous-quantifiée en une image I_1 à 16 niveaux de gris (4 bits par pixel), en prenant les 4 bits les plus significatifs parmi les 8 ; en d'autres termes, chaque niveau de gris a été divisé par 16 et arrondi à l'entier inférieur ou égal. On souhaite restaurer la dynamique des niveaux de gris de cette image I_1. Dans une première étape on affecte 8 bits par pixel, les 4 bits existant devenant les 4 bits les plus significatifs, et les 4 bits les moins significatifs étant mis à 0 ; en d'autres termes, les 16 niveaux de gris de la gamme $[0 \ldots 15]$ sont multipliés par 16 pour couvrir partiellement la gamme $[0 \ldots 255]$. Soit I_2 la nouvelle image ainsi obtenue. Le problème est que les dégradés de l'image originelle I_0, où les niveaux de gris croissaient progressivement mais significativement d'un endroit à un autre, sont devenus ici des profils en escalier, où le niveau de gris augmente par pas de 16 ; cela donne lieu à un effet visuel de "faux contours". Il est donc nécessaire de faire un traitement supplémentaire pour éliminer ces "faux contours" dans I_2, tout en conservant autant que possible les "vrais contours", qui correspondent à des contours clairement visibles dans l'image originelle I_0 : par exemple les contours de I_2 où le niveau de gris augmente de 32 ou plus, ou ceux entourant une petite région. Décrire une méthode "intelligente" pour éliminer les "faux contours" de I_2 tout en préservant les "vrais contours".

(4) Morphologie ensembliste *(4 points)*

Exprimez en termes d'opérations ensemblistes (union, intersection, complémentation), d'opérations morphologiques (dilatation, érosion, transformée en tout ou rien, ouverture, fermeture), et d'éléments structurants explicites, l'opération qui extrait d'une figure ensembliste F (dans le plan discret $\mathbb{Z}^2$) la réunion de tous les rectangles R satisfaisant simultanément les trois conditions suivantes :

— R est haut de 3 pixels et large de 5 ;

— R est inclus dans F ;

— les 4 pixels suivants appartiennent au fond $F^c = \mathbb{Z}^2 \setminus F$: les 2 juste au-dessus des coins supérieurs gauche et droit de R, et les 2 juste en-dessous des coins inférieurs gauche et droit de R.

Nous illustrons ci-dessous ces propriétés de R :

$$\begin{array}{ccccccc}
\circ & & & & \circ & & \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & R \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & \\
\circ & & & & \circ & &
\end{array}$$

$\circ$ = pixel de F^c

$\bullet$ = pixel de F

(5) Dualité en morphologie ensembliste *(2 points)*

Donner le dual par complémentation des opérateurs suivants :

(*i*) *(1 point)* $X \mapsto X \setminus (X \circ B)$, qui enlève d'un ensemble son ouverture par B.

(*ii*) *(1 point)* $X \mapsto (X \bullet B) \setminus X$, qui enlève un ensemble de sa fermeture par B.