Morphologie Mathématique — 2009-2010

Examen, 1ère session, janvier 2010

Durée : 1 heure

Tous documents "papier" autorisés

Calculettes inutiles — Téléphones et dispositifs électroniques éteints

Justifier soigneusement les réponses

NB. *Toutes les figures et images, et tous les éléments structurants sont discrets et à 2 dimensions, c.à.d. dans* $\mathbb{Z}^2$.

(1) Morphologie ensembliste : opérateur "bouche-trou"

Soit G une grille rectangulaire dans $\mathbb{Z}^2$, et soit ∂G le *pourtour* de G, formé de la colonne la plus à gauche, celle la plus à droite, la ligne la plus en haut, et celle la plus en bas. Soit $\mathcal{F}_G$ l'ensemble des figures F incluses dans G, telles que le pourtour ∂G soit inclus dans le fond (le complément $B = G \setminus F$ de la figure). On choisit la 8-connexité sur la figure F et la 4-connexité sur le fond B. Les composantes 4-connexes du fond B sont d'une part celle contenant le pourtour ∂G, appelée l'*extérieur* de F, d'autre part (éventuellement) celles entourées par F, appelées les *trous* de F.

Soit φ l'opérateur sur $\mathcal{F}_G$ qui bouche les trous d'une figure, c.-à-d. pour une figure $F \in \mathcal{F}_G$, $\varphi(F)$ est l'union de F et de ses trous. Cf. l'illustration au verso.

(*a*) Supposons qu'on aie un environnement logiciel de traitement de figures sur G permettant les opérations ensemblistes (union, intersection et complémentation dans G), le choix d'un marqueur dans une figure, et la reconstruction de la composante connexe d'une figure contenant un marqueur donné (on a le choix de la 4- ou 8-connexité). Expliquer comment mettre en oeuvre cet opérateur φ dans un tel environnement.

(*b*) L'opérateur φ est-il :

- extensif : $F \subseteq \varphi(F)$?
- anti-extensif : $F \supseteq \varphi(F)$?
- croissant : $F_1 \subseteq F_2 \implies \varphi(F_1) \subseteq \varphi(F_2)$?
- idempotent : $\varphi(\varphi(F)) = \varphi(F)$?

Qu'en concluez-vous ?

(2) Filtrage de bassins de la LPE

Soit $s > 0$ une unité de longueur. On souhaite segmenter une image par application de la ligne de partage des eaux (LPE) au gradient de l'image. Pour limiter la sur-segmentation, on souhaite que dans la LPE finale, il n'y ait pas de bassin "étroit", dans le sens que tout bassin devra contenir une portion dont la largeur vaut au moins s. Expliquer comment on peut obtenir ce résultat :

(*a*) soit par un filtrage du gradient avant application de la LPE ;

(*b*) soit par un filtrage des bassins de la LPE, puis application d'un post-traitement qui répartira les pixels des bassins supprimés entre les bassins restants.