ENSPS **M2R ISTI/PARI/IV et 3A ATI**

Morphologie Mathématique — 2006-2007

Examen, 1ère session, décembre 2006

Durée : 1 heure

Tous documents autorisés — Calculettes inutiles — Téléphones et ordinateurs portables éteints

Justifier soigneusement les réponses

NB. *Toutes les figures et images, et tous les éléments structurants sont discrets et à 2 dimensions, c.à.d. dans* $\mathbb{Z}^2$.

(1) Réduction topologique

Soit F une figure et B le fond ($B = \mathbb{Z}^2 \setminus F$). On a deux points p et q de F qui sont 4-adjacents, ayant la configuration suivante de pixels de la figure (marqués 1) et du fond (marqués 0) dans leur 8-voisinage :

$$\begin{matrix} 1 & 1 & \mathit{0} & \mathit{0} \\ \mathit{0} & \mathbf{p} & \mathbf{q} & \mathit{0} \\ \mathit{0} & \mathit{0} & \mathit{0} & \mathit{0} \end{matrix}$$

On considère la *4-adjacence sur la figure* et la *8-adjacence sur le fond*.

(i) p et q sont-ils des points simples de F ?

(ii) p est-il un point simple de $F \setminus \{q\}$, et q est-il un point simple de $F \setminus \{p\}$?

(iii) Lesquels des 3 ensembles $\{p\}$, $\{q\}$ et $\{p, q\}$ peut-il être enlevé de la figure F sans en modifier la topologie ?

(2) Filtrage et couleur du zèbre

On a une image formée d'une alternance de bandes verticales blanches et noires, chacune épaisse de 2 pixels ; en d'autres termes, le niveau de gris d'un pixel $(i, j) \in \mathbb{Z}^2$ est :

0 si j est congru à 0 ou 1 modulo 4,

255 si j est congru à 2 ou 3 modulo 4.

Soit B un élément structurant carré 3×3. Décrire le résultat de l'application à cette image de chacun des filtres morphologiques suivants :

(a) L'ouverture par B suivie de la fermeture par B.

(b) La fermeture par B suivie de l'ouverture par B.

A titre de comparaison, décrire ce que donnent les filtres suivants :

(c) Le filtre médian avec une fenêtre 5×5 centrée sur le point de référence.

(d) Le lissage linéaire avec un masque $n \times n$ centrée sur le point de référence, dont tous les coefficients sont égaux à $1/n^2$, où n est plutôt grand.

Suite : Quatre morphologistes débattent de la couleur du zèbre :

— Le premier : “Le zèbre a des bandes blanches sur fond noir.”

— Le second : “Le zèbre a des bandes noires sur fond blanc.”

— Le troisième : “Le zèbre a des bandes blanches et noires sur fond gris.”

— Le quatrième : “Le zèbre est contrasté, avec des bandes blanches environnées de noir, et des bandes noires environnées de blanc.”

A l’appui de sa déclaration, chacun d’eux applique à l’image d’un zèbre un traitement supposé éliminer les bandes. Quelles opérations ont-ils probablement appliquées ?