**Télécom Physique Strasbourg** **M2 IRIV/IV et 3A ATI**

# Morphologie Mathématique — 2013-2014

## Examen, 1ère session, janvier 2014

Durée : 1 heure

*Tous documents "papier" autorisés*

*Calculettes inutiles — Téléphones et dispositifs électroniques éteints et rangés dans un sac fermé*

**Justifier soigneusement les réponses**

**NB.** *Toutes les figures et images, et tous les éléments structurants sont discrets et à 2 dimensions, c.à.d. dans* $\mathbb{Z}^2$.

### (1) Réduction topologique

Soit $F$ une figure et $B$ le fond ($B = \mathbb{Z}^2 \setminus F$). On a deux points $p$ et $q$ de $F$ qui sont 4-adjacents, ayant la configuration suivante de pixels de la figure (marqués 1) et du fond (marqués 0) dans leur 8-voisinage :

$$\begin{array}{cccc} \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & p & q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

On considère la *4-adjacence sur la figure* et la *8-adjacence sur le fond.*

($i$) $p$ et $q$ sont-ils des points simples de $F$ ?

($ii$) $p$ est-il un point simple de $F \setminus \{q\}$, et $q$ est-il un point simple de $F \setminus \{p\}$ ?

($iii$) Lesquels des 3 ensembles $\{p\}$, $\{q\}$ et $\{p, q\}$ peut-il être enlevé de la figure $F$ sans en modifier la topologie ?

### (2) Filtrage d'image binaire

Dans un ensemble $S$ de pixels (une image binaire) inclus dans une grille rectangulaire $G$, on souhaite extraire les objets ayant les caractéristiques suivantes, où $r \gg s > 0$ :

($a$) Chaque objet est une composante 8-connexe de $S$.

($b$) Chacun peut avoir des trous ; ceux dont l'épaisseur ne dépasse nulle part $s$ sont dits "petits" ; les autres, d'épaisseur supérieure à $s$ en au moins un endroit, sont dits "grands".

($c$) Pour chaque objet, en bouchant tous les trous, l'objet devient alors épais d'au moins $r$ en son milieu, mais pas nécessairement aux extrémités ou dans les coins.

($d$) Pour chaque objet, le nombre total de pixels dans ses "grands" trous est strictement inférieur au nombre total de pixels dans l'union de l'objet et de ses "petits" trous.

Donner une méthode pour extraire de $S$ ces objets, en gardant les trous, et sans négliger les parties étroites ou les coins.

NB. On peut boucher les trous d'une figure $F$ au moyen d'une reconstruction géodésique par érosion à partir du marqueur $G$ sur le masque $F$.