Université de Strasbourg **Session de Janvier 2009**
Département d'Informatique **M2R IFA**

Géométrie et Morphologie en Traitement d'Images

Durée : 1 heure 30 minutes
Responsable : Prof. Christian RONSE
Documents autorisés
Calculettes inutiles
Téléphones portables et autres moyens de communication éteints !

Justifiez soigneusement vos réponses !

NB. *Toutes les figures et images, et tous les éléments structurants sont discrets et à 2 dimensions, c.à.d. dans* $\mathbb{Z}^2$.

(1) Filtre médian et reconstruction

Soit μ_B le filtre médian utilisant en tout pixel p la fenêtre B_p (le translaté de B par p), c.-à-d. pour toute image I et tout pixel p, l'image filtrée $\mu_B(I)$ est donnée par $\mu_B(I)(p) = \mathrm{med}\{I(q) \mid q \in B_p\}$. Afin de remédier à la déformation des contours par un tel filtre, on définit un filtre médian par reconstruction :

$$\mu_B^{\oplus} : I \mapsto rec_{\oplus}(I, I \wedge \mu_B(I)) \enspace ,$$

en d'autres termes $\mu_B^{\oplus}$ transforme une image I en la reconstruction géodésique par dilatation à partir du marqueur $I \wedge \mu_B(I)$ (enveloppe inférieure de l'image I et de son filtrage médian $\mu_B(I)$) sous le masque I.

(i) Ce filtre est-il croissant (c.-à-d. préserve-t-il l'ordre) ? extensif ou anti-extensif (c.-à-d. augmente-t-il ou diminue-t-il l'image) ?

(ii) Comparer le filtre médian par reconstruction $\mu_B^{\oplus}$ avec le filtre médian μ_B sur les points suivants :
- — élimination du bruit poivre et sel (c.-à-d. petites taches sombres et claires) ;
- — préservation des coins ;
- — non création de nouveaux niveaux de gris.

(iii) À part le filtre médian μ_B, auquel des filtres suivants ressemble le filtre médian par reconstruction $\mu_B^{\oplus}$?
- — l'ouverture par B: $I \mapsto I \circ B$;
- — la fermeture par B: $I \mapsto I \bullet B$;
- — l'ouverture par reconstruction par B: $I \mapsto rec_{\oplus}(I, I \circ B)$;
- — la fermeture par reconstruction par B: $I \mapsto rec_{\ominus}(I, I \bullet B)$.

Quelles sont néanmoins les différences de comportement ?

(iv) Définir (par sa formule) le filtre qui sera le dual par inversion de μ_B. Que peut-on en dire du point de vue des questions (i), (ii) et (iii) ?

(2) Segmentation par ligne de partages des eaux

On a à sa disposition un algorithme de ligne de partage des eaux qui, à partir d'une fonction numérique $F : E \to T$ et d'un ensemble de marqueurs connexes mutuellement disjoints inclus dans E, produit une partition de l'espace E en bassins, chacun d'eux entourant un unique marqueur, et tels que les frontières séparant ces bassins suivent les lignes de crête de F. On veut utiliser cet algorithme pour segmenter une image I, de façon à avoir :

- chaque bassin centré sur une (unique) zone 8-connexe qui dans I est sombre et de faible variation, c.-à-d. ayant en chaque pixel un niveau de gris ≤ 20 et un gradient de Beucher ≤ 15 ;
- les frontières entre bassins suivant des lignes claires à forte variation de niveaux de gris, c.-à-d. ayant dans I un niveau de gris élevé et/ou un gradient de Beucher important.

Donner les opérations nécessaires pour construire les marqueurs de bassins et la fonction numérique à fournir comme entrées à l'algorithme de LPE en vue d'obtenir une telle segmentation.

(3) Morphologie ensembliste

Décrire, en terme d'érosions et dilatations par des éléments structurants, l'opérateur sur les images binaires qui extrait d'une figure (sous-ensemble de $\mathbb{Z}^2$) tous les carrés 3×3 qui avoisinent :

- le long de leur bord gauche, une colonne de 3 pixels dans la figure ;
- le long de leur bord droit, une colonne de 3 pixels en dehors de la figure.

Cette extraction est illustrée ci-dessous :

$$\begin{matrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathit{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathit{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathit{0} \end{matrix} \quad \to \quad \begin{matrix} \mathit{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathit{0} \\ \mathit{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathit{0} \\ \mathit{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathit{0} \end{matrix}$$