Université Louis Pasteur **Session de Janvier 2008**
Département d'Informatique **M2R IFA**

Géométrie et Morphologie en Traitement d'Images

Durée : 2 heures
Responsable : Prof. Christian RONSE
Documents autorisés
Calculettes inutiles
Téléphones portables et autres moyens de communication éteints !

Justifiez soigneusement vos réponses !

NB. *Toutes les figures et images, et tous les éléments structurants sont discrets et à 2 dimensions, c.à.d. dans* $\mathbb{Z}^2$.

(1) Transformée de distance

Soit d une distance de chanfrein (p.ex. d_4, d_8, la distance 3-4 ou 5-7-11 de Borgefors, etc.), et G une grille rectangulaire dans $\mathbb{Z}^2$. Etant donné un marqueur M inclus dans G, la transformée de distance est la fonction f associant à tout pixel p dans G la distance au pixel de M le plus proche :

$$\forall\, p \in G, \qquad f(p) = d(p, M) = \min\bigl\{d(p,q) \mid q \in M\bigr\} \ .$$

Pour tout pixel p dans G, soit $S(p)$ l'ensemble des pixels de M dont la distance à p réalise ce minimum $f(p)$:

$$\forall\, p \in G, \qquad S(p) = \bigl\{q \in M \mid d(p,q) = f(p)\bigr\} \ .$$

Donner une modification de l'algorithme séquentiel de transformée de distance qui permette de calculer en tout pixel p de G le couple $\bigl(f(p), S(p)\bigr)$. Tout comme dans l'algorithme séquentiel de transformée de distance, cette modification doit donner le résultat final après trois étapes : initialisation, balayage dans le sens avant, balayage dans le sens arrière.

(2) Mesures sur une figure

On a une figure en forme de **O**, c.-à-d. un anneau connexe, avec un trou, où aussi bien le trou que la figure dont on a bouché le trou sont de forme ellipsoïdale (les deux ellipsoïdes ont des orientations quelconques, pas nécessairement les mêmes). Expliquer comment on pourrait mesurer :

- les minimum et maximum de l'épaisseur (distance entre le contour extérieur et le contour intérieur) de l'anneau ;
- la longueur et la largeur du trou ;
- la longueur et la largeur de la figure.

(3) Filtrage de bassins avant une LPE

On souhaite segmenter une image I en appliquant la ligne de partage des eaux (LPE) à l'image gradient I_g. On souhaite restreindre les bassins à inonder. Expliquer comment filtrer les bassins (de I_g) selon chacun des critères suivants (considérés séparément) :

(*i*) On ne garde que les bassins dont la profondeur est au moins h (où $h > 0$).

(*ii*) On ne garde que les bassins dont le sommet est suffisamment large que pour contenir un disque de rayon r (où $r > 0$).

(*iii*) On ne garde que les bassins dont le minimum se trouve à un niveau $< t$.

Pour chaque critère, les bassins non conservés devront être entièrement bouchés par le filtre, tandis que ceux qui sont conservés peuvent éventuellement se voir modifiés, mais le moins possible.

(4) Dilatation et connexité

Soit B un élément structurant 4-connexe contenant l'origine. Montrer que pour toute figure 4-connexe X, la dilatation $X \oplus B$ est 4-connexe. Que peut-on dire si X est 8-connexe ?