Université Louis Pasteur **Session de Janvier 2007**
Département d'Informatique **M2R IFA**

Géométrie et Morphologie en Traitement d'Images

Durée : 2 heures
Responsable : Prof. Christian RONSE
Documents autorisés
Calculettes inutiles
Téléphones portables éteints !

Justifiez soigneusement vos réponses !

NB. *Toutes les figures et images, et tous les éléments structurants sont discrets et à 2 dimensions, c.à.d. dans* $\mathbb{Z}^2$.

(1) Filtrage et reconstruction

Le filtre médian est très utile pour éliminer le bruit impulsif (poivre et sel) ainsi que les fines rayures dans une image à niveaux de gris. Cependant il a tendance à déformer les contours, en particulier arrondir les coins (tant concaves que convexes). Expliquer comment on pourrait y remédier en combinant ce filtre avec des reconstructions géodésiques, et discuter ce qui se passera au niveau des coins et du bruit.

Rappels :

— La *reconstruction géodésique par dilatation* part *nécessairement* d'un masque S et d'un marqueur $R \leq S$; en répétant jusqu'à convergence la dilatation géodésique du marqueur R sous le masque S, on obtient la reconstruction géodésique $\rho_\oplus(S, R)$, avec $R \leq \rho_\oplus(S, R) \leq S$.

— La *reconstruction géodésique par érosion* part *nécessairement* d'un masque S et d'un marqueur $R \geq S$; en répétant jusqu'à convergence l'érosion géodésique du marqueur R sur le masque S, on obtient la reconstruction géodésique $\rho_\ominus(S, R)$, avec $R \geq \rho_\ominus(S, R) \geq S$.

— Le filtre médian et les reconstructions géodésiques (par dilatation et par érosion) sont des *opérateurs plats* (correspondant au filtre "vote majoritaire dans la fenêtre" sur les ensembles, et aux reconstructions géodésiques pour les masques et marqueurs ensemblistes), donc on peut raisonner de façon binaire, en termes de "clair" et "sombre".

(2) Erosion et ouverture par un élément structurant connexe

Soit B un élément structurant 4-connexe non vide.

(i) Démontrer que l'érosion ensembliste par B agit par érosion de chacune des composantes 4-connexes d'une figure. En d'autres termes, pour une partie X de $\mathbb{Z}^2$ dont les composantes 4-connexes sont $X_1, \ldots, X_n$, on a

$$X \ominus B = \big(X_1 \ominus B\big) \cup \cdots \cup \big(X_n \ominus B\big) \ .$$

(ii) Déduire qu'il en est de même pour l'ouverture par B :

$$X \circ B = \big(X_1 \circ B\big) \cup \cdots \cup \big(X_n \circ B\big) \ .$$

NB. On peut utiliser librement toutes les propriétés énoncées dans l'*aide-mémoire de morphologie binaire*, à condition de les citer de façon explicite.

(3) Distance de chanfrein entre deux ensembles

Soit d une distance de chanfrein (p.ex. d_4, d_8, la distance 3-4 ou 5-7-11 de Borgefors, etc.), et G une grille rectangulaire dans $\mathbb{Z}^2$. Donner une modification de l'algorithme séquentiel de transformée de distance qui permette, à partir de deux sous-ensembles A et B de G, de calculer la distance maximale d'un pixel de A au pixel de B le plus proche :

$$d_{max}(A, B) = \max\{d(a, B) \mid a \in A\} \ , \qquad \text{où} \qquad d(a, B) = \min\{d(a, b) \mid b \in B\} \ .$$

Tout comme dans l'algorithme séquentiel de transformée de distance, cette modification doit donner le résultat final après trois étapes : initialisation, balayage dans le sens avant, balayage dans le sens arrière.

(4) Segmentation par ligne de partages des eaux

On souhaite segmenter une image à niveaux de gris par ligne de partage des eaux. L'algorithme de LPE utilisé prend en entrée la liste des marqueurs de bassins, qui doivent être des ensembles 8-connexes, et l'image sur laquelle appliquer l'immersion ; il donne en sortie une partition de la grille en une LPE et des bassins contenant chacun exactement un marqueur. On a les contraintes suivantes sur les bassins et la LPE :

- Chaque bassin est centré sur une et une seule tache noire de l'image de départ, c.-à-d. un ensemble 8-connexe de pixels qui ont tous un niveau de gris ≤ 20.
- La LPE passe de préférence le long de zones claires et à forte variation de niveaux de gris dans l'image de départ.

Donner les opérations nécessaires pour construire les marqueurs de bassins et l'image à immerger.