UFR de Mathématique et Informatique
L3 Informatique

Probabilités, Statistiques et Combinatoire — 2009-2010

Contrôle Terminal, partie "Combinatoire" — 2ème session de juin 2010

Durée conseillée : 1 heure

Documents autorisés : uniquement les 9 polycopiés de combinatoire
Téléphones, calculettes et ordinateurs interdits

Justifier soigneusement les réponses

(1) On a un jeu de cartes ordinaire comprenant 52 cartes de 13 *figures* (**1**, ..., **10**, valet **J**, dame **Q** et roi **K**) dans chacune des 4 *couleurs* (coeur $\heartsuit$, carreau $\diamondsuit$, trèfle $\clubsuit$ et pique $\spadesuit$). On appelle une *donne* un choix de 5 cartes (non ordonnées). Donner une formule pour les nombres :

(i) de donnes avec des cartes de 5 figures différentes ;
(ii) de donnes comprenant exactement 1 trèfle $\clubsuit$ et 1 pique $\spadesuit$;
(iii) de donnes ne comprenant aucun trèfle $\clubsuit$;
(iv) de donnes comprenant au moins 1 trèfle $\clubsuit$ et au moins 1 pique $\spadesuit$;
(v) de donnes comprenant 2 cartes rouges (coeur $\heartsuit$ ou carreau $\diamondsuit$) et 3 cartes noires (trèfle $\clubsuit$ ou pique $\spadesuit$).

(2) Sachant que $10 = 7 + 3$,

(i) calculer la congruence modulo 7 de 10^n pour $n = 0, \dots, 6$;
(i) donner la valeur de la congruence 10^n *mod* 7 pour tout $n \in \mathbb{N}$, en fonction d'une certaine congruence de n (modulo combien ?) ;
(ii) indiquer comment calculer 1234567890987654321 *mod* 7 sans effectuer sur une calculette la division 1234567890987654321/7.

(3) Soit $\mathbb{R}^2$ le plan euclidien ; l'ensemble $\mathcal{P}(\mathbb{R}^2)$ comprend toutes les parties de $\mathbb{R}^2$, c.-à-d. toutes les figures dans le plan. On définit la relation $\sim$ sur $\mathcal{P}(\mathbb{R}^2)$ par $A \sim B$ si B est obtenu en appliquant à A une rotation autour de l'origine d'un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre.

Décrire la relation d'équivalence engendrée par $\sim$. Dessiner la classe d'équivalence d'une figure en forme de R placée à droite de l'origine.