UFR de Mathématique et Informatique
L3 Informatique S6

Probabilités, Statistiques et Combinatoire — 2010-2011, semestre d'automne

Contrôle Continu de Combinatoire, novembre 2010

Durée : 1 heure
Tous documents (papier) autorisés
Calculettes inutiles
Téléphones et ordinateurs interdits

Justifier soigneusement les réponses

(1) On a un jeu de cartes ordinaire comprenant 52 cartes de 13 *figures* (**1**, ..., **10**, valet **J**, dame **Q** et roi **K**) dans chacune des 4 *couleurs* (coeur $\heartsuit$, carreau $\diamondsuit$, trèfle $\clubsuit$ et pique $\spadesuit$). Les couleurs coeur $\heartsuit$ et carreau $\diamondsuit$ sont *rouges*, tandis que les couleurs trèfle $\clubsuit$ et pique $\spadesuit$ sont *noires*. On appelle une *donne* un choix de 5 cartes *non ordonnées*. Donner une formule pour les nombres :

(i) de donnes comprenant exactement un roi **K** et exactement une carte rouge $\heartsuit/\diamondsuit$;

(ii) de donnes comprenant exactement une dame **Q** et au moins un trèfle $\clubsuit$;

(iii) de donnes ne comprenant ni pique $\spadesuit$ ni valet **J** ;

(iv) de donnes comprenant le même nombre (0, 1 ou 2) de coeurs $\heartsuit$ que de trèfles $\clubsuit$.

NB : il n'est pas nécessaire de calculer la valeur arithmétique des formules données.

(2) Soit R la relation binaire sur $\mathbb{Z}$ (l'ensemble des entiers relatifs) définie par $a\ R\ b$ si et seulement si il existe un entier $n > 0$ tel que $b = 2n \times a$. Décrire la relation d'équivalence sur $\mathbb{Z}$ engendrée par R, et ses classes d'équivalence.

(3) Soient A, B, C trois ensembles, et considérons trois applications $f : A \to B$, $g : B \to C$ et $h : C \to A$. Si $h \circ g \circ f$, $g \circ f \circ h$ et $f \circ h \circ g$ sont toutes trois bijectives, peut-on en déduire que f, g et h sont des bijections ? (Si oui, expliquer pourquoi, si non, donner un contre-exemple).