UFR de Mathématique et Informatique
L3 Informatique
Combinatoire — 2008-2009

Contrôle continu
Mardi 17 mars 2009

Tous documents autorisés

Justifier soigneusement les réponses

Exercice 1

Calculer :

a. $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-2)^k 3^{n-k}$.

b. $\sum_{k=0}^{(n-1)/2} \binom{n}{k}$ pour n impair.

Exercice 2

Soit R une relation binaire sur un ensemble E. On suppose que R est *symétrique* et *transitive*. Donner les rapports logiques (implication, incompatibilité, etc.) entre les 3 propriétés suivantes :

a. R est *totale à droite*.

b. R est *totale à gauche*.

c. R est *réflexive*.

Exercice 3

Soient A et B deux ensembles non-vides ($A, B \neq \emptyset$), $f : A \to B$ et $g : B \to A$ telles que $g \circ f \circ g = g$ ($\forall b \in B$, $g(f(g(b))) = g(b)$) et $f \circ g \circ f = f$ ($\forall a \in A$, $f(g(f(a))) = f(a)$). Montrer que les 3 propriétés suivantes sont équivalentes :

a. f est injective.

b. g est surjective.

c. $g \circ f = Id_A$.