**UFR de Mathématique et d'Informatique**
**L3 Informatique S5, 2014-2015, semestre de printemps**

## Probabilités, Statistiques et Combinatoire

## Contrôle Continu de Combinatoire, 2 mars 2015

Durée : 1 heure

*Tous documents (papier) autorisés mais non partagés*

*Calculettes inutiles*

*Téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé*

**Justifier soigneusement les réponses**

**(1)** Soit $E$ un ensemble et $f$ une application $E \to E$ ; rappelons qu'on définit $f^n$, $n \in \mathbb{N}$, par récurrence : $f^0 = Id_E$ et pour $n \in \mathbb{N}$, $f^{n+1} = f \circ f^n$. Soit $x \in E$ tel que $f^7(x) \neq f^8(x) = f^{11}(x) = f^{15}(x)$. Déterminer la hauteur et la période de $x$. (*Indication* : si $f^m(x) = f^n(x)$, alors $f^{m+k}(x) = f^{n+k}(x)$ pour tout $k \in \mathbb{N}$.)

**(2)** On a 52 boules : 15 bleues, 17 vertes et 20 rouges. Les boules d'une même couleur sont indiscernables. On considère des sélections de 7 boules parmi ces 52. Donner le nombre de sélections :

($i$) avec au moins une boule bleue ;

($ii$) avec au moins une boule verte ;

($iii$) avec au moins une boule bleue et au moins une boule verte.

(*Indication* : dans les trois cas, considérer l'ensemble complémentaire de sélections : sans boules de certaines couleurs).

**(3)** Soient $B = \{0, 1\}$ et $\mathbb{Z}$ l'ensemble des entiers relatifs. On définit la relation binaire $R$ sur $B \times \mathbb{Z}$ par $(x, y)\ R\ (u, v)$ si et seulement si $(u, v) = (\overline{x}, y + 1)$, où $\overline{x} = 1 - x$ est le complément booléen de $x$.

($a$) Décrire $R^2$, $R^3$ et $R^4$.

($b$) Comparer les parités de $x + y$ et $u + v$ quand $(x, y)\ R\ (u, v)$.

($c$) Décrire les classes d'équivalence de la relation d'équivalence engendrée par $R$.