UFR de Mathématique et Informatique
L3 Informatique S6, 2011-2012, semestre de printemps

Probabilités, Statistiques et Combinatoire

Contrôle Terminal, partie "Combinatoire" — 2ème session de juin 2012

Durée conseillée : 40 minutes

Documents autorisés : uniquement les 9 polycopiés de combinatoire

Téléphones, calculettes et ordinateurs éteints et rangés dans un sac fermé

Justifier soigneusement les réponses

(1) Un jury de 12 experts compare 3 fromages : brie, camembert et gruyère. Chacun vote sur un bulletin où il classe ces fromages par ordre de préférence : le 1er, le 2ème, le 3ème.

(i) Combien de votes différents chaque expert peut-il émettre ?

(ii) On suppose que le vote est nominatif : chaque expert inscrit son nom sur son bulletin, et le procès-verbal indique en face de chaque nom son vote. Combien de votes différents sont-ils possibles sur le procès-verbal ?

(iii) On suppose que le vote est anonyme : les bulletins de vote ne comprennent aucune mention de nom, et sont placés par chacun dans une urne. Après dépouillement, combien de votes différents sont-ils possibles ?

(iv) Après le vote, on remplit un tableau à 3 lignes et 3 colonnes ; chaque ligne correspond à un fromage (B, C ou G), et chaque colonne à un rang (1er, 2ème ou 3ème) ; dans la case à l'intersection d'un fromage X et d'un rang n, on indique le nombre de bulletins de vote où le fromage X a été classé n-ième. Que peut-on dire des lignes et des colonnes de ce tableau ?

(2) Soient $f : A \to B$ et $g : B \to C$ deux applications. Expliquer ce que l'on peut dire de f et de g dans les deux cas suivants :

(i) $g \circ f$ est bijective et f est surjective.

(ii) $g \circ f$ est bijective et g est injective.