UFR de Mathématique et Informatique
L3 Informatique S6, 2011-2012, semestre d'automne

Probabilités, Statistiques et Combinatoire

Contrôle Continu de Combinatoire, novembre 2011

Durée : 1 heure

Tous documents (papier) autorisés mais non partagés
Calculettes inutiles
Téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifier soigneusement les réponses

(1) Soit E un ensemble ordonné par une relation d'ordre partiel $\leq$. Soit $f : E \to E$ une application telle que pour tout $x \in E$ on a $f(x) \leq x$. On définit la relation binaire $\preceq$ sur E comme suit : pour $x, y \in E$, on a $x \preceq y$ si et seulement si soit $x = y$, soit $x \leq f(y)$.

(i) Montrer que $\preceq$ est une relation d'ordre partiel sur E.

(ii) Pour $x, y \in E$, quelle relation y a-t-il entre les inégalités $x \preceq y$ et $x \leq y$?

(2) Sur $\mathbb{Z}^3$ (l'ensemble des triplets d'entiers relatifs) on définit les relations binaires R et S par $(a, b, c)\ R\ (x, y, z) \ \Leftrightarrow\ \left[x = b,\ y = c,\ z = a\right]$ et $(a, b, c)\ S\ (x, y, z) \ \Leftrightarrow\ \left[x = -a,\ y = b,\ z = c\right]$ pour tous $a, b, c, x, y, z \in \mathbb{Z}$; en d'autres termes, $(a, b, c)\ R\ (b, c, a)$ et $(a, b, c)\ S\ (-a, b, c)$. Décrire les classes d'équivalence de la relation d'équivalence sur $\mathbb{Z}^3$ engendrée par $R \cup S$.

(3) On a 12 chimistes, 13 médecins et 10 sociologues. Une équipe est un groupe formée de 11 personnes parmi ces 35, dans lequel on distingue un capitaine, mais sans distinction parmi les 10 autres membres. Donner une formule pour :

(i) le nombre d'équipes comprenant 4 sociologues et dont le capitaine n'est pas chimiste ;

(ii) le nombre d'équipes comprenant 8 chimistes ;

(iii) le nombre d'équipes dans lesquelles un des 3 groupes (chimistes, médecins ou sociologues) contribue 5 joueurs, parmi lesquels se trouve le capitaine.

NB : il n'est pas nécessaire de calculer la valeur arithmétique des formules données.