UFR de Mathématique et Informatique
L3 Informatique S6, 2010-2011, semestre de printemps

Probabilités, Statistiques et Combinatoire

Contrôle Terminal, partie "Combinatoire" — 2ème session de juin 2011

Durée conseillée : 1 heure

Documents autorisés : uniquement les 9 polycopiés de combinatoire

Téléphones, calculettes et ordinateurs éteints et rangés dans un sac fermé

Justifier soigneusement les réponses

(1) Soit E un ensemble fini et soit une application $f : E \to E$. Comparez S et T, les 2 relations binaires sur E décrites ci-dessous :

(i) S est la relation d'équivalence engendrée par la relation binaire R donnée par $x \; R \; y$ ssi $y = f(x)$.

(ii) La relation T est donnée par $x \; T \; y$ ssi x et y ont le même cycle attracteur.

(2) On a 30 filles et 20 garçons. Chacune de ces 50 personnes possède un vêtement rouge et un vêtement bleu. Une équipe est un groupe formé à partir de ces 50 personnes, où chaque membre de l'équipe est habillé dans une des deux couleurs. Donc deux équipes sont distinctes quand elles n'ont pas les mêmes membres, ou quand elles ont les mêmes membres mais avec certains habillés d'une couleur différente entre les deux équipes. Donner une formule pour :

(i) le nombre d'équipes de 10 personnes n'ayant aucune fille en bleu ni aucun garçon en rouge ;

(ii) le nombre d'équipes de 6 personnes ayant exactement une fille en bleu et un garçon en rouge ;

(iii) le nombre d'équipes de 7 personnes avec le même nombre de filles en bleu et de garçons en rouge.

NB : il n'est pas nécessaire de calculer la valeur arithmétique des formules données.

(3) On a n objets $m_1, \ldots, m_n$; chaque objet a un prix qui est un entier naturel, $prix(m_i) \in \mathbb{N}$, et un code qui est une chaîne de 3 caractères de l'alphabet $\{A, B, C, \ldots, X, Y, Z\}$, $code(m_i) = c_1c_2c_3$, $c_1, c_2, c_3 \in \{A, B, C, \ldots, X, Y, Z\}$. Donner un ordre *total* $\preceq$ sur ces objets, tel que :

— si $prix(m_i) < prix(m_j)$, alors $m_i \prec m_j$;

— cet ordre $\preceq$ est facilement déterminé à partir des fonctions *prix* et *code*.

Donner un algorithme (en français, pas en langage de programmation) pour déterminer, pour deux objets quelconques m_i, m_j, si $m_i \prec m_j$ ou $m_j \prec m_i$.