

Traitement du Signal

Contrôle continu

Durée : 2 heures

Tous documents et calculettes autorisés

Justifiez soigneusement vos réponses!

(1) Transmission sur une bande de fréquence

On a un canal de transmission de signaux joignant deux lieux (départ et arrivée), qui laisse passer sans pertes ni distorsions les fréquences (positives) de 30k Hz à 230k Hz. Des deux côtés du canal on dispose également des appareillages suivants :

- (a) *un modulateur d'amplitude sinusoidal*: celui-ci multiplie un signal (temporel) $S(t)$ par la fonction sinusoidale $\cos[2\pi f_m t]$, dont la fréquence f_m est réglable par l'utilisateur ;
- (b) *un filtre passe bas*: celui-ci enlève d'un signal toutes les fréquences dont la valeur absolue dépasse une fréquence de coupure f_c , cette fréquence étant réglable par l'utilisateur.

On a un signal dont les fréquences (positives) s'échelonnent de 0 à 40k Hz. Expliquer comment on peut :

- (i) au lieu de départ, transformer le signal au moyen des appareillages (a, b) avec un certain réglage, afin de pouvoir le transmettre sans pertes ni distorsions à travers le canal disponible ;
- (ii) au lieu d'arrivée, transformer au moyen des appareillages (a, b) avec un certain réglage le signal transmis par le canal, afin d'obtenir à nouveau le signal initial.

Illustrer graphiquement les effets sur le spectre de fréquences des transformations utilisées en (i, ii).

(2) Analyse de Fourier

Donner la transformée de Fourier de la fonction $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$F(x) = \begin{cases} \sin x & \text{pour } -\pi < x < +\pi; \\ 0 & \text{pour } |x| \geq \pi. \end{cases}$$

(3) Échantillonnage audio

L'oreille humaine n'entend pas les fréquences supérieures à 20k Hz. On a un signal sonore contenant des fréquences (positives) jusqu'à 25k Hz.

- (i) Quelle est la plus petite fréquence d'échantillonnage telle qu'on puisse reconstruire le signal d'origine à partir du signal échantillonné ?
- (ii) Quelle est la plus petite fréquence d'échantillonnage telle qu'on puisse reconstruire la partie audible du signal d'origine à partir du signal échantillonné ?