Université de Strasbourg **UFR de Mathématiques et Informatique**
Master 1 ILC et ISI **semestre d'automne**

Complexité et Calculabilité

Problèmes indécidables

(1) Problèmes indécidables concernant les machines de Turing :
Ici M, M_1, M_2 désignent des machines de Turing quelconques et w un mot quelconque.

- Problème de l'arrêt : M s'arrête-t-elle sur l'entrée w ?
- M s'arrête-t-elle sur l'entrée vide ?
- M s'arrête-t-elle sur au moins une entrée ?
- M s'arrête-t-elle sur toute entrée ?
- M_1 et M_2 s'arrêtent-t-elles sur les mêmes entrées ?
- Le langage semi-décidé par M est-il rationnel ? algébrique ? récursif ?
- La machine de Turing universelle U s'arrête-t-elle sur l'entrée w ?

(2) Problèmes indécidables concernant les grammaires :
Ici G, G_1, G_2 désignent des grammaires quelconques, et w un mot quelconque.

- Déterminer si $w \in L(G)$ ou non.
- Déterminer si $\varepsilon \in L(G)$ ou non.
- Déterminer si $L(G_1) = L(G_2)$.
- Déterminer si $L(G)$ est vide.
- Soit G_U la grammaire correspondant à la machine de Turing universelle U ; déterminer si $w \in L(G_U)$ ou non.

(3) Problèmes indécidables concernant les grammaires algébriques (hors contexte) :
Ici G, G_1, G_2 désignent des grammaires algébriques quelconques et M, M_1, M_2 des automates à pile quelconques.

- Déterminer si $L(G) = \Sigma^*$.
- Déterminer si $L(G_1) = L(G_2)$.
- Déterminer si $L(M_1) = L(M_2)$.
- Trouver un automate à pile équivalent à M avec le plus petit nombre d'états possible.

Rappel : Pour un mot quelconque w, il existe un algorithme polynomial qui détermine si $w \in L(G)$ ou non.