Introduction aux Grandes Catégories de Problèmes

Transition de configurations dans une machine de Turing

Pour une transition $\delta(q_1, a_1) = (q_2, b)$, on obtient la transition de configurations

$$(q_1, w_1\underline{a_1}u_1) \vdash (q_2, w_2\underline{a_2}u_2) \ ,$$

où on a 3 cas en fonction de la valeur de b :

(1) $b \in \Sigma$. Alors $w_2 = w_1$, $a_2 = b$, $u_2 = u_1$.

(2) $b = \rightarrow$. Alors $w_2 = w_1 a_1$ et
- si $u_1 \neq \varepsilon$, alors $u_1 = a_2 u_2$;
- si $u_1 = \varepsilon$, alors $a_2 = \sqcup$ et $u_2 = \varepsilon$.

(2) $b = \leftarrow$. Alors $w_1 = w_2 a_2$ et
- si $a_1 \neq \sqcup$ ou $u_1 \neq \varepsilon$, alors $u_2 = a_1 u_1$;
- si $a_1 = \sqcup$ et $u_1 = \varepsilon$, alors $u_2 = \varepsilon$.

Décision du langage $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

Machine de Turing prenant en entrée les mots sur l'alphabet $\{a, b, c\}$, acceptant les mots de la forme $a^n b^n c^n$ (n naturel) et rejetant les autres. On répète le parcours du mot de gauche à droite en remplaçant dans l'ordre le premier a, puis le premier b, puis le premier c par un \$ (qui signifie "lettre effacée"). Si un parcours ne trouve que des \$, on arrête sur y. Si dans un parcours les lettres ne sont pas dans l'ordre, ou si certaines sont présentes et d'autres pas, on arrête sur n.

Alphabet $\Sigma = \{a, b, c, \$, \sqcup, \triangleright\}$, **ensemble d'états** $K = \{s, q_0, q_1, q_2, q_3, y, n\}$.

s = démarrage, ou retour au début.
q_0 = aucune lettre lue, recherche du premier a.
q_1 = lettre a lue, recherche du premier b.
q_2 = lettres a et b lues, recherche du premier c.
q_3 = lettres a, b et c lues, recherche de la fin.

Table de transitions:

q	σ	$\delta(q,\sigma)$
$*$	$\triangleright$	$(s, \rightarrow)$
s	$\sqcup$	$(q_0, \rightarrow)$
s	$a, b, c, \$$	$(s, \leftarrow)$

q_0	$\$$	$(q_0, \rightarrow)$
q_0	$\sqcup$	$(y, \sqcup)$
q_0	$x = b, c$	(n, x)
q_0	a	$(q_1, \$)$
q_1	$a, \$$	$(q_1, \rightarrow)$
q_1	$x = c, \sqcup$	(n, x)
q_1	b	$(q_2, \$)$

q_2	$b, \$$	$(q_2, \rightarrow)$
q_2	$x = a, \sqcup$	(n, x)
q_2	c	$(q_3, \$)$
q_3	$c, \$$	$(q_3, \rightarrow)$
q_3	$x = a, b$	(n, x)
q_3	$\sqcup$	$(s, \leftarrow)$