Université de Strasbourg — **UFR de Mathématiques et Informatique**

Master 1 ILC, ISI, CMI-IIRVIJ et CMI-ISR — **17 octobre 2017**

Calculabilité et Complexité

Contrôle Continu n°1

Durée : 40 minutes

Responsable : Prof. Christian RONSE

Tous documents en papier autorisés mais non partagés

Calculettes inutiles

Téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifiez soigneusement vos réponses

(1) États, transitions et décomposition d'une machine de Turing.

Soit Σ_0 un ensemble de caractères ne comprenant ni le blanc ni le symbole de début de bande : $\sqcup, \rhd \notin \Sigma_0$. Il faut concevoir une machine de Turing qui, pour un mot $w \in \Sigma_0^*$ donné en entrée, c.-à-d. la configuration initiale $(s, \rhd\underline{\sqcup}w)$, s'arrêtera après avoir fait les opérations suivantes dépendant de la longueur de w :

- (i) Si w a strictement moins de 3 caractères ($|w| < 3$), placer la tête de lecture après w, donc arrêt sur la configuration $(h, \rhd\sqcup w\underline{\sqcup})$.
- (ii) Si w a 3 caractères ou plus ($|w| \geq 3$), lire le 3e caractère, aller sur le dernier caractère et comparer les deux : s'ils sont égaux, ce dernier caractère est remplacé par un blanc, s'ils sont différents, on ne change rien ; puis on s'arrête sur place. Donc pour 3 caractères, $(s, \rhd\underline{\sqcup}abc)$ donne l'arrêt $(h, \rhd\sqcup ab\underline{\sqcup})$, et pour plus de 3 caractères, $(s, \rhd\underline{\sqcup}abc\cdots c)$ donne l'arrêt $(h, \rhd\sqcup abc\cdots\underline{\sqcup})$ tandis que $(s, \rhd\underline{\sqcup}abc\cdots d)$ pour $d \neq c$ donne l'arrêt $(h, \rhd\sqcup abc\cdots\underline{d})$.

Décrire cette machine de Turing par son alphabet Σ (contenant Σ_0), son ensemble d'états (certains peuvent être indexés par les éléments de Σ_0, par exemple q_c, $c \in \Sigma_0$), et sa fonction de transition δ. On peut omettre les transitions pour le début de bande, on suppose que pour tout état q on a $\delta(q, \rhd) = (q, \rightarrow)$; on peut utiliser le symbole $*$ pour "n'importe quel caractère". **Ensuite** donner un schéma de cette machine de Turing par assemblage de machines élémentaires.

(2) Semi-décision sur 2 bandes.

Soient L_1 et L_2 deux langages récursivement énumérables sur le même alphabet, semi-décidés par les machines de Turing (à une bande) M_1 et M_2 respectivement. Décrire une machine de Turing à deux bandes semi-décidant l'intersection $L_1 \cap L_2$ (le mot en entrée se trouvant sur la première bande) ; celle-ci pourra combiner des copies de M_1 ou M_2 (agissant sur l'une ou l'autre bande), ainsi que des machines de Turing (supposées connues) effectuant des tâches rudimentaires comme "effacer le contenu d'une bande" ou "recopier le contenu d'une bande sur l'autre" (dont on suppose qu'elles s'arrêtent sur le blanc après le début de chaque bande).