

Complexité et Calculabilité

Contrôle Continu n°3

Durée : 50 minutes

Responsable : Prof. Christian RONSE

Tous documents en papier autorisés mais non partagés

Calculettes inutiles

Téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifiez soigneusement vos réponses

(1) Décidabilité.

On considère le problème suivant : étant donné une machine de Turing M d'alphabet Σ et un mot $w \in \Sigma^*$, si M démarre avec le mot w en entrée, passera-t-elle par au moins la moitié des états de son contrôle ?

- (i) Montrer que ce problème est semi-décidable.
- (ii) Montrer que ce problème est indécidable.

Indication : pour (i), utiliser une variante de la machine de Turing universelle ; pour (ii), montrer que si c'était décidable, cela permettrait de décider l'arrêt d'une machine de Turing quelconque sur une entrée quelconque (d'ailleurs, l'arrêt d'une machine de Turing peut déclencher autre chose).

(2) Complexité.

Soit n un entier naturel codé en numérotation binaire. Indiquer lesquels parmi les problèmes suivants apparaissent clairement de classe **P** ou **NP** (par rapport à la longueur de n en codage binaire, c.-à-d. son nombre de bits), dans le sens où il y a un algorithme déterministe polynomial ou non-déterministe polynomial évident pour les résoudre :

- (i) n est premier.
- (ii) n n'est pas premier.
- (iii) n est une puissance de 3.
- (iv) n est un cube.