

Complexité et Calculabilité

Contrôle Continu n°1

Durée : 40 minutes

Responsable : Prof. Christian RONSE

Tous documents en papier autorisés mais non partagés

Calculettes inutiles

Téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifiez soigneusement vos réponses

(1) Reconnaissance de palindromes.

Le miroir w^R d'un mot w est le mot obtenu en inversant l'ordre des lettres; pour $w = a_1 \dots a_n$, $w^R = a_n \dots a_1$. Un palindrome est un mot qui est son propre miroir, $w = w^R$; par exemple *été* (longueur impaire) et *anna* (longueur paire). Décrire une machine de Turing standard (construite par assemblage de machines élémentaires) décidant l'ensemble des palindromes, c.-à-d. avec un mot w en entrée, la machine termine en y si w est un palindrome, et en n sinon.

(2) Grammaire.

Soit a un symbole et $\Sigma = \{a\}$. Donner une grammaire calculant la fonction $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ définie par

$$f(a^n) = \begin{cases} a^{n/2} & \text{si } n \text{ est pair,} \\ a^{n-1} & \text{si } n \text{ est impair.} \end{cases}$$

En d'autres termes, pour deux mots $w, v \in \Sigma^*$, on a $SwS \Rightarrow^* v$ si et seulement si $v = f(w)$.