

# TD1

## Algébricité

### 1 Lemme de la double étoile

Montrez que les langages suivants ne sont pas algébriques.

- a)  $L = \{a^i b^j a^i b^j \mid i, j \geq 0\}$
- b)  $L = \{a^i b^i c^j \mid j \geq i\}$
- c)  $L = \{a^i b^j c^k \mid i < j < k\}$

### 2 Algébricité, rationalité et stabilité

- a) Montrez que le langage  $\{a^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\}$  n'est pas algébrique.
- b) Montrez que lorsque  $|\Sigma| = 1$ , la classe des langages rationnels (sur  $\Sigma$ ) coïncide avec la classe des langages algébriques. Revoyez l'exercice précédent avec ce résultat.
- c) Utilisez un théorème de stabilité pour prouver la nature algébrique ou non des langages suivants :
  - $L = \{a, b\}^* - \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
  - $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b \text{ est un nombre premier}\}$
- d) Montrer que le langage  $L = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ ou } i \neq k\}$  est algébrique. Pour cela, on pourra considérer  $L$  comme l'union de langages algébriques dont on donnera la grammaire. Donner une description de  $\bar{L}$ . Ce langage est-il algébrique ?