

TD5

Indécidabilité

1 Usage du ruban

On dit qu'une machine de Turing M utilise k positions de ruban (k cases) avec w en entrée si et seulement si il existe une configuration $(q, u\underline{a}v)$ de M telle que $|uav| \geq k$ et $(s, \triangleright \sqcup w) \vdash_M^* (q, u\underline{a}v)$.

a- Montrez que le problème suivant est décidable : étant donné une machine de Turing M , un mot w et un entier k , est-ce que M utilise k cases avec l'entrée w ?

b- Soit $f : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{N}$ une fonction récursive, montrez que le problème suivant est décidable : "Étant donné une machine de Turing M et un mot w , est-ce que M utilise $f(|w|)$ cases avec w en entrée ?"

c- Montrez que le problème suivant est indécidable : étant donné une machine de Turing M et un mot w , est-ce qu'il existe un entier $k \geq 0$ telle que M n'utilise pas k case avec l'entrée w ?

2 Problèmes

Indiquez si les problèmes suivants sont décidables ou indécidables. Justifiez soigneusement votre réponse.

a- Étant donné une machine de Turing M , un état q et un mot w , est-ce que M passe par l'état q avec w en entrée ?

b- Étant donné une machine de Turing M et deux états p et q , est-ce que toute configuration avec l'état p produit en un nombre fini d'étapes une configuration avec l'état q ?

c- Étant donné une machine de Turing M et une lettre a , est-ce que M avec le mot vide en entrée écrit un jour sur le ruban la lettre a ?

d- Étant donné une machine de Turing M , est-ce que M avec le mot vide en entrée écrit un jour un symbole différent de l'espace ?