Université de Strasbourg **M2 ISI**

Traitement d'Images et Géométrie Discrète — 2010-2011

Examen, 1ère session, décembre 2010

Morphologie Mathématique

Durée : 50 minutes

Tous documents "papier" autorisés

Calculettes inutiles — Téléphones et dispositifs électroniques éteints

Justifier soigneusement les réponses

NB. *Toutes les figures et images, et tous les éléments structurants sont discrets et à 2 dimensions, c.à.d. dans* $\mathbb{Z}^2$.

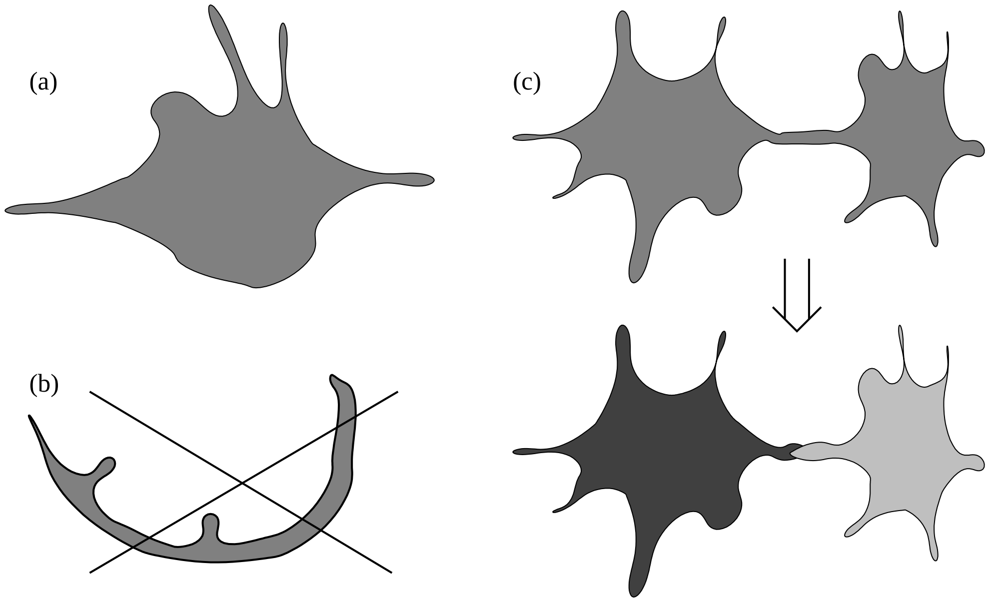
(1) Ligne de partage des eaux

Soit $s > 0$ une unité de longueur. On appelle "large" une zone dont la largeur est au moins s. On souhaite segmenter une image par application de la ligne de partage des eaux (LPE) au gradient de l'image, mais que chaque bassin comprenne exactement une zone "large", donc :

(a) un bassin comportant une unique portion "large" sera préservé ;

(b) un bassin ne comportant aucune portion "large" devra être supprimé, et ses pixels seront attribués aux bassins voisins ;

(c) un bassin comportant plusieurs portions "larges", séparées par des zones plus étroites, sera scindé en plusieurs bassins, chacun comprenant une unique portion "large".



Expliquer comment obtenir un tel résultat par combinaison de la LPE et d'autres traitements morphologiques.

(2) Filtre annulaire

Soit $B = \{(1,0), (0,1), (-1,0), (0,-1), (1,1), (-1,1), (1,-1), (-1,-1)\}$ l'ensemble de tous les pixels 8-adjacents à l'origine $o = (0,0)$, cf. **(a)** ci-dessous. L'élément structurant B est symétrique ($B = \check{B}$), donc pour tout $X \subseteq \mathbb{Z}^2$ on a $X \ominus B \subseteq X \oplus B$, et ainsi on déduit par la distributivité de l'intersection sur l'union que :

$$(X \ominus B) \cup \big[X \cap (X \oplus B)\big] = \big[(X \ominus B) \cup X\big] \cap (X \oplus B) \ .$$

On considère l'opérateur ψ_B sur $\mathcal{P}(\mathbb{Z}^2)$ donné par :

$$\psi(X) = (X \ominus B) \cup \big[X \cap (X \oplus B)\big] = \big[(X \ominus B) \cup X\big] \cap (X \oplus B) \ .$$

$$\begin{array}{ccc} \begin{matrix} \times & \times & \times \\ \times & o & \times \\ \times & \times & \times \end{matrix} & \quad \begin{matrix} \mathit{0} & \mathit{0} & \mathit{0} \\ \mathit{0} & \mathbf{1} & \mathit{0} \\ \mathit{0} & \mathit{0} & \mathit{0} \end{matrix} & \quad \begin{matrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathit{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{matrix} \\ \textbf{(a)} & \textbf{(b)} & \textbf{(c)} \end{array}$$

Considérons une figure binaire $X \subseteq \mathbb{Z}^2$, et soit $X^c = \mathbb{Z}^2 \setminus X$ son fond.

(*i*) Soit p un pixel isolé de la figure, c.-à-d. $p \in X$ et $B_p \subseteq X^c$, cf. **(b)** ci-dessus. Qu'aura-t-on : $p \in \psi(X)$ ou $p \in \psi(X)^c$?

(*ii*) Soit q un pixel isolé du fond, c.-à-d. $q \in X^c$ et $B_q \subseteq X$, cf. **(c)** ci-dessus. Qu'aura-t-on : $q \in \psi(X)$ ou $q \in \psi(X)^c$?

(*iii*) Soit p un pixel non-isolé de la figure, c.-à-d. $p \in X$ et $B_p \not\subseteq X^c$; donc il existe $p' \in B_p \cap X$. Qu'aura-t-on : $p \in \psi(X)$ ou $p \in \psi(X)^c$? Et p sera-t-il isolé dans la figure $\psi(X)$ ou le fond $\psi(X)^c$?

(*iv*) Soit q un pixel non-isolé du fond, c.-à-d. $q \in X^c$ et $B_q \not\subseteq X$; donc il existe $q' \in B_q \cap X^c$. Qu'aura-t-on : $q \in \psi(X)$ ou $q \in \psi(X)^c$? Et q sera-t-il isolé dans la figure $\psi(X)$ ou le fond $\psi(X)^c$?