

LICENCE ET MAÎTRISE D'INFORMATIQUE

Traitement d'Images

Durée: 3 heures

Responsable: Prof. Christian RONSE

Tous documents autorisés

Justifiez soigneusement vos réponses!

(1) Squelettisation parallèle (8 points)

On conçoit un algorithme parallèle de squelettisation qui consiste à appliquer la procédure suivante d'écrêtage de la figure (appelée F ci-dessous) jusqu'à ce que "plus rien ne change" (c.à.d. plus aucun pixel ne soit enlevé de la figure).

PROCÉDURE ECRÊTAGE(entrée, sortie: F)

(1°) En parallèle: marquer "A" tous les pixels p de F tels que

- p est topologiquement enlevable de F pour la 4-connexité (c.à.d. le nombre de Yokoi $Y_4(p) = 1$), **ET**
- p a au moins deux 4-voisins dans F .

(2°) En parallèle: marquer "B" tous les pixels p de F qui sont marqués "A" **ET** tels que:

- **SOIT** p n'a aucun 8-voisin marqué "A",
- **SOIT** pour tout pixel q 8-voisin de p qui est marqué "A", p est topologiquement enlevable de $F \setminus \{q\}$ pour la 4-connexité (c.à.d. le nombre de Yokoi $Y_4(p)$ reste = 1 si on enlève q du voisinage de p).

(3°) En parallèle: retirer de F tous les pixels marqués "B".

(4°) En parallèle: effacer les marques "A" restantes sur les pixels de F .

En d'autres termes, cette procédure enlève en parallèle de la figure tous les pixels ayant le nombre de Yokoi égal à 1 pour la 4-connexité et ayant au moins deux 4-voisins dans la figure, mais vérifie quand même que deux pixels 8-voisins satisfaisant ces deux propriétés ne modifient pas la topologie de la figure si on les enlève ensemble.

(a) (5 points) Déterminez si cette procédure préserve la topologie de la figure en 4-connexité (utilisez pour cela la théorie des "ensembles non-enlevables minimaux" du cours).

(b) (3 points) En répétant cette procédure jusqu'à ce que "plus rien ne change", obtient-on toujours un squelette le plus fin possible?

(2) Lissage linéaire ou filtre médian (8 points)

On considère les trois opérations suivantes :

- (i) Un lissage linéaire par convolution avec un masque 3×3 centré sur le pixel, où tous les coefficients sont égaux à $1/9$.
- (ii) Un filtre médian avec une fenêtre 3×3 centrée sur le pixel.
- (iii) Ne rien faire.

On considère les deux situations suivantes pour une image à niveaux de gris ; expliquez pour chacune d'elle l'effet de (i) et (ii), et indiquez laquelle de (i), (ii), ou (iii) est l'opération la plus souhaitable :

(a) (4 points) L'image a subi un "dithering", c.à.d. les niveaux de gris sont réduits à une palette plus pauvre que $[0 \dots 255]$, mais de telle sorte que dans une petite région les écarts de niveaux de gris vers le haut et vers le bas par rapport à l'original se compensent. On souhaite éliminer autant que possible cet effet de "dithering".

(b) (4 points) On veut mettre en évidence les contours dans l'image (par exemple avec l'opérateur de Sobel appliqué en TP), et l'opération (i), (ii), ou (iii) serait à appliquer **avant** ce rehaussement de contours.

(3) Morphologie ensembliste (4 points)

Exprimez en termes d'opérations ensemblistes (union, intersection, complémentation), d'opérations morphologiques (dilatation, érosion, transformée en tout ou rien, ouverture, fermeture), et d'éléments structurants explicites l'opération qui extrait d'une figure ensembliste F (dans le plan discret \mathbb{Z}^2) la réunion de tous les rectangles R satisfaisant simultanément les 4 conditions suivantes :

- R est haut de 3 pixels et large de 5 ;
- R est inclus dans F ;
- la ligne horizontale de 5 pixels juste au-dessus de R est incluse dans le fond $B = F^c = \mathbb{Z}^2 \setminus F$;
- la ligne horizontale de 5 pixels juste en-dessous de R est incluse dans le fond $B = F^c = \mathbb{Z}^2 \setminus F$.

Nous illustrons ci-dessous ces propriétés de R :

