

Traitement d'Images

Durée : 2 heures

Responsable: Prof. Christian RONSE

Tous documents et calculettes autorisés

Téléphones et ordinateurs portables interdits

Justifiez soigneusement vos réponses !

NB. *Toutes les figures, images et masques sont discrets et à 2 dimensions, c.à.d. dans \mathbb{Z}^2 .*

(1) Réduction topologique (6 points)

On a une figure F formant une bande horizontale épaisse de deux pixels (cfr. ci-dessous à gauche), et on choisit un pixel p au milieu de cette bande, qui a 5 voisins q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 dans F (cfr. ci-dessous à droite) :

$$\begin{array}{cccccccc} \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & \dots & 1 & q_2 & q_3 & q_4 & 1 & \dots \\ \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & \dots & 1 & q_1 & p & q_5 & 1 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{array}$$

On considère les deux choix classiques d'adjacences et connexités pour la figure F et le fond F^c :

- (a) 4- sur la figure et 8- sur le fond ;
- (b) 8- sur la figure et 4- sur le fond.

Il est clair que p est simple (dans F) pour ces deux choix (a) et (b). Pour chaque $i = 1, \dots, 5$ et pour chaque choix (a), (b) de connexités, déterminer si la paire $\{p, q_i\}$ peut être enlevée de la figure F sans changer sa topologie. (Indication : regarder $F \setminus \{p\}$.)

(2) Filtrage (5 points)

On a une image à niveaux de gris qui a subi des dommages par rayures. Celles-ci prennent la forme de barres horizontales ou verticales très claires ou très sombres épaisses de deux pixels ; deux barres parallèles sont espacées d'au moins 3 pixels.

Discuter de l'utilité des filtres linéaires et du filtre médian pour éliminer ces rayures, en précisant bien : la taille et les coefficients du masque pour un filtre linéaire, la taille et la forme de la fenêtre pour le filtre médian.

(3) Histogramme et bruit (5 points)

On a une image à niveaux de gris définie sur une grille G de taille n et à valeurs dans l'échelle $\{0, \dots, 255\}$. Cette image est corrompue par un bruit qui agit sur chaque pixel indépendamment des autres, en modifiant le niveau de gris de la façon suivante :

- (a) en l'augmentant de 1, ce qui peut arriver avec une probabilité de $1/3$;
- (b) en le diminuant de 2, ce qui peut arriver avec une probabilité de $1/6$;

(c) en ne le changeant pas, ce qui peut arriver avec une probabilité de $1/2$.

Si le bruit transforme le niveau de gris en une valeur hors de l'échelle $\{0, \dots, 255\}$ (c.à.d. $255+1 = 256$, $1 - 2 = -1$ ou $0 - 2 = -2$), alors cette valeur est ramenée dans l'échelle par "troncature", c.à.d. en faisant $256 \mapsto 255$, $-1 \mapsto 0$ et $-2 \mapsto 0$.

Décrire la transformation la plus vraisemblable que cela induirait sur l'histogramme de l'image; en d'autres termes expliquer comment obtenir l'histogramme de l'image bruitée à partir de celui de l'image originale. (Indication: étant données n variables aléatoires mutuellement indépendantes ayant toutes la probabilité p d'avoir la valeur x , il est vraisemblable que $p \cdot n$ parmi elles prendront la valeur x .)

(4) Mesures discrètes (6 points)

On a une figure (ensemble de pixels) connexe et sans trou, en forme d'ellipse. Donner une méthode, de préférence peu coûteuse en temps de calcul,

(i) pour mesurer sa largeur;

(ii) pour mesurer sa longueur.