

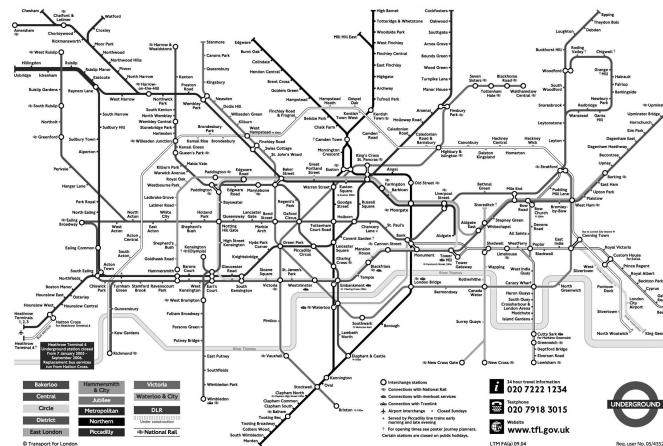
## Examen

11 décembre 2009

durée : 2 heures

### Topologie (3 points, durée conseillée : 15')

1. Démontrer qu'une séquence de collapses préserve la caractéristique d'Euler d'un complexe sur  $\mathbb{F}^n$  ( $n \geq 1$ ).
2. Pourquoi le plan du métro de Londres (©Transport for London), reproduit ci-après, est-il bien conçu, bien que ne respectant pas les distances ?



### Morphologie (7 points, durée conseillée : 45')

#### Composantes connexes

**Rappel :** Etant donné un ensemble non vide  $X$  de pixels, une composante connexe de  $X$  est une partie connexe de  $X$ , maximale pour l'inclusion (c.-à-d. non incluse dans une plus grande partie connexe de  $X$ ). Les composantes connexes de  $X$  forment une partition de  $X$ , et toute partie connexe de  $X$  est incluse dans une unique composante connexe.

On considère la 4- ou la 8-connexité sur  $\mathbb{Z}^2$ . Soit  $B$  un élément structurant connexe.

1. Démontrer que l'érosion ensembliste par  $B$  agit par érosion de chacune des composantes connexes d'une figure. En d'autres termes, pour une partie  $X$  de  $\mathbb{Z}^2$  dont les composantes connexes sont  $X_1, \dots, X_n$ , on a

$$X \ominus B = (X_1 \ominus B) \cup \dots \cup (X_n \ominus B) .$$

2. Dédurre qu'il en est de même pour l'ouverture par  $B$  :

$$X \circ B = (X_1 \circ B) \cup \dots \cup (X_n \circ B) .$$

### **Filtrage de bassins de la LPE**

Soit  $s > 0$  une unité de longueur. On souhaite segmenter une image par application de la ligne de partage des eaux (LPE) au gradient de l'image. Pour limiter la sur-segmentation, on souhaite que dans la LPE finale, il n'y ait pas de bassin "étroit", dans le sens que tout bassin devra contenir une portion dont la largeur vaut au moins  $s$ . Expliquer comment on peut obtenir ce résultat :

- soit par un filtrage du gradient avant application de la LPE ;
- soit par un filtrage des bassins de la LPE, puis application d'un post-traitement qui répartira les pixels des bassins supprimés entre les bassins restants.