Université de Strasbourg **UFR de Mathématiques et Informatique**
L2 CMI et Informatique S4 **18 mai 2018**

Logique et Programmation Logique

Contrôle Continu à 50%

Durée : 1 heure 30 minutes
Responsable : Prof. Christian RONSE
Tous documents en papier autorisés mais non partagés
Calculettes, téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifiez soigneusement vos réponses !

(1) Résolution sans variable.
Il y a trois boissons, la bière, le cidre et le vin. Supposons que:
(i) J'aime au moins l'une des trois boissons.
(ii) Si j'aime la bière mais pas le vin, alors, j'aime le cidre.
(iii) J'aime à la fois le vin et le cidre, ou je n'en aime aucun des deux.
(iv) Si j'aime le vin, alors j'aime la bière ou je n'aime pas le cidre.
Question : Utiliser la méthode de résolution sans variable pour déterminer les boissons que j'aime et celles que je n'aime pas. *Indication* : traduire les 4 conditions ci-dessus sous forme d'un ensemble de clauses ; appliquer ensuite des coupures successives pour trouver les résultats.

(2) Résolution avec variables.
On a les 3 axiomes suivants :
$(A1)$ $\exists X\ \forall Y\ \big[p(X,Y) \wedge p(Y,X)\big]$.
$(A2)$ $\exists X\ \forall Y\ \big[p(X,Y) \Rightarrow q(Y)\big]$.
$(A3)$ $\forall X\ \exists Y\ \big[p(X,Y) \Rightarrow r(X)\big]$.
Montrer qu'on peut en déduire la conséquence suivante :
(C) $\exists U\ \big[q(U) \wedge r(U)\big]$.
Indication : Partant des axiomes et de la négation de la conséquence, les mettre sous forme prénexe, ensuite éliminer les quantificateurs, puis les exprimer sous forme d'ensemble de clauses, et enfin utiliser la méthode de résolution avec variables (avec les 2 règles d'inférence de résolution et diminution) pour aboutir à la clause vide.

(3) Énoncés valides ou satisfiables.
Pour chacun des énoncés ci-dessous, déterminer s'il est (a) valide, (b) satisfiable et invalide, ou (c) insatisfiable ; il faudra justifier sa réponse en termes d'interprétations.
(i) $\big[\exists X\ \forall Y\ p(X,Y)\big] \Rightarrow \big[\exists Z\ p(Z,Z)\big]$.
(ii) $\big[\exists X\ \forall Y\ p(X,Y)\big] \wedge \big[\exists W\ \forall V\ \neg p(V,W)\big]$.
(iii) $\big[\exists X\ \forall Y\ p(X,Y)\big] \Rightarrow \big[\exists W\ \forall V\ p(V,W)\big]$.