Université de Strasbourg — **UFR de Mathématiques et Informatique**
L2 d'Informatique S4 — **13 mai 2016**

Logique et Programmation Logique

Contrôle Continu à 50%

Durée : 1 heure 30 minutes
Responsable : Prof. Christian RONSE
Tous documents en papier autorisés mais non partagés
Calculettes, téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifiez soigneusement vos réponses !

(1) Calcul propositionnel.
Les quatre affirmations suivantes sur la météo d'un certain jour sont vraies :

1. Il pleut ou il fait froid ou il y a du vent.
2. S'il y a du vent mais il ne pleut pas, alors il fait froid.
3. Soit il pleut et il fait froid, soit il ne pleut pas et il ne fait pas froid.
4. S'il pleut, alors il y a du vent ou il ne fait pas froid.

Questions : (a) pleut-il ? (b) fait-il froid ? (c) y a-t-il du vent ? Pour trouver votre réponse, exprimer l'énoncé dans le calcul propositionnel sous forme d'un ensemble de clauses, puis appliquer la méthode de résolution (sans variables) par coupures successives.

(2) Expressions (in)valides ou (in)satisfaisables.
Soit f une formule bien formée du calcul propositionnel, composée uniquement d'atomes (littéraux), connecteurs $\Rightarrow$ (implication) et parenthèses; en d'autres termes la négation $\neg$, disjonction $\vee$ et conjonction $\wedge$,n'interviennent pas dans la formation de f; par exemple :

$$\Big(\big[(p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \Rightarrow p)\big] \Rightarrow \big[(p \Rightarrow s) \Rightarrow r\big]\Big) \ .$$

Questions : une telle formule f est-elle (a) toujours satisfaisable ? (b) toujours insatisfaisable ? (c) toujours valide ? (d) toujours invalide ? Pour chaque question, justifier la réponse : si *oui* expliquer pourquoi, si *non* donner un contre-exemple.

(3) Unification.
Pour chaque paire d'atomes ci-dessous, donner le plus grand unificateur s'ils s'unifient, sinon expliquer pourquoi ils ne s'unifient pas :

$$p\big(X, Y, Z\big) \quad \text{et} \quad p\big(f(Y, a), g(Z), h(T, b)\big) \qquad (i)$$

$$p\big(X, Y, Z\big) \quad \text{et} \quad p\big(f(Y), g(Z), h(X)\big) \qquad (ii)$$

$$p\big(T, f(Y, b), X\big) \quad \text{et} \quad p\big(Z, X, f(Y, a)\big) \qquad (iii)$$

Ici T, X, Y, Z sont des variables, a, b sont des constantes, et f, g, h sont des fonctions.

(4) Forme prénexe et élimination des quantificateurs.

Mettre la formule suivante sous forme prénexe, puis éliminer les quantificateurs par la méthode de Skolem :

$$\Big(\big[\forall X\,\exists Y\ p(X,Y)\big] \implies \big[\exists X\ q(X)\big]\Big) \implies \big[\exists Z\,\forall X\ r(Z,X)\big]$$