

## Logique et Programmation Logique

Contrôle Continu à 50%

*Durée : 1 heure 30 minutes*

Responsable : Prof. Christian RONSE

*Tous documents en papier autorisés mais non partagés*

*Calculatrices inutiles*

*Téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé*

*Justifiez soigneusement vos réponses !*

### (1) Interprétations.

On considère les quatre énoncés suivants :

- (a)  $[\forall x A(x)] \vee [\forall x B(x)]$ .
- (b)  $\forall x [A(x) \vee B(x)]$ .
- (c)  $\exists x [A(x) \wedge B(x)]$ .
- (d)  $[\exists x A(x)] \wedge [\exists x B(x)]$ .

On sait que (a) implique (b) et (c) implique (d) (“Mise en forme des formules”). Donner trois interprétations :

- (i) la première donnant “vrai” pour (a), (b), (c) et (d) ;
- (ii) la deuxième donnant “faux” pour (a) et (c) mais “vrai” pour (b) et (d) ;
- (iii) la troisième donnant “faux” pour (a), (b), (c) et (d).

**NB.** Chaque interprétation a un ensemble de base  $E$  pour instancier les variables ; il y a des solutions avec  $|E| = 2$ .

### (2) Résolution avec variables.

On considère les énoncés suivants :

1. Tout élève a quelqu'un qui le tutore.
2. Seul un prof peut tutorer un élève.
3. Il y a un élève qui aime tous les profs.
4. Un élève qui ne réussit pas n'aime pas tous les profs.

Montrer par la méthode de résolution avec variables qu'on peut en déduire la conséquence :

- C. Il y a un élève qui réussit et qui aime quelqu'un qui le tutore.

Indication : Exprimer les énoncés ainsi que la négation de la conséquence dans le calcul des prédicats, puis les mettre sous forme prénexe, ensuite éliminer les quantificateurs, mettre les formules sous forme d'ensemble de clauses, et enfin utiliser la méthode de résolution avec variables (unification / coupure / simplification).

**(3) Unification.**

Appliquer l'algorithme d'unification aux paires d'atomes suivants, pour donner le plus grand unificateur s'ils s'unifient, sinon expliquer pourquoi ils ne s'unifient pas :

(i)  $p(X, Z, Y)$  et  $p(f(Y, a), h(X, a), g(Z, W))$ .

(ii)  $p(X, f(b, Z), W)$  et  $p(f(Y, a), X, h(X, Y, Z))$ .

NB.  $W, X, Y, Z$  sont des variables,  $a, b$  sont des constantes, et  $f, g, h$  sont des fonctions.