Skolemisation et Unification

1 Forme prénexe et élimination des quantificateurs

Mettre les formules suivantes sous forme prénexe, puis éliminer les quantificateurs par la méthode de Skolem, et enfin les transformer en ensembles de clauses avec variables :

1. $$\Big[\forall Y\ \Big(\big[(\exists X\ p(X,Y)) \ \Rightarrow\ (\forall X\ q(Y,X))\big] \ \Rightarrow\ \big[(\forall X\ r(X)) \ \Rightarrow\ (\exists X\ q(X,Y))\big]\Big)\Big]$$

2. $$\exists X\ \forall Y\ \Big(\big[\exists U\ \forall Z\ p(U,Y,Z)\big] \ \Leftrightarrow\ \big[\exists U\ \forall Z\ q(Z,X,U)\big]\Big)$$

3. $$\forall Y\ \exists X\ \Big(\big[\forall Z\ \exists U\ p(U,Y,Z)\big] \ \Leftrightarrow\ \big[\forall Z\ \exists U\ q(Z,X,U)\big]\Big)$$

2 Unification

Unifier les atomes suivants lorsque c'est possible (v, w, x, y, z sont des variables, a est une constante, f, g, h sont des fonctions) :

1. $p\Big(x, f(x), g\big(f(x), x\big)\Big)$ et $p\Big(z, f\big(f(a)\big), g\big(f(g(a,z)), v\big)\Big)$.
2. $p\Big(f\big(g(x,y)\big), g(v,w), y\Big)$ et $p\Big(f(z), x, f(x)\Big)$.
3. $p\Big(x, f(x), a\Big)$ et $p\Big(u, w, w\Big)$.
4. $p\Big(x, f(x), f\big(f(x)\big)\Big)$ et $p\Big(f\big(f(y)\big), y, f(y)\Big)$.
5. $p\Big(h(a), g(w,a), h(z), y\Big)$ et $p\Big(w, x, h\big(g(w,a)\big), z\Big)$.
6. $q\Big(h(a), h\big(g(x)\big), w\Big)$ et $q\Big(w, h(v), v\Big)$.