

Résolution. . .

1 Résolution ¹

1.1 Problème de Bill

1. Si Bill Prend l'autobus et si l'autobus est en retard, alors Bill manquera son rendez-vous.
2. Bill n'ira pas à la maison si il manque son rendez-vous et si il est déprimé.
3. Si Bill n'obtient pas de travail alors Bill sera déprié et Bill ira à la maison.

Peut-on en **déduire** les affirmations suivantes :

1. Si Bill prend l'autobus et si l'autobus est en retard, alors Bill obtient du travail.
2. Bill obtiendra du travail s'il manque son rendez-vous et s'il va à la maison.
3. Si l'autobus est en retard, Bill ne prendra pas l'autobus ou Bill manquera son rendez-vous.
4. Si Bill prend l'autobus et va à la maison, alors Bill ne sera pas déprimé si l'autobus est en retard.

1.2 Problème des trois coffrets

Dans le marchand de Venise de Shakespeare. Portia a trois coffrets : un en or, un en argent et un en plomp, et dans l'un d'eux, elle a caché son portrait. Quand un de ses soupirants se présente, elle lui fait choisir l'un des coffrets, et c'est celui qui a la chance (au l'astuce) de trouver le coffret contenant son portrait qui peut l'épouser.

Mais le couvercle de chaque coffret porte une inscription pour guider le choix du soupirant, car Portia ne veut pas choisir un époux pour sa vertu mais pour son intelligence. Elle traça un jour les inscriptions suivantes :

- Sur le coffret en or : Le portraits est dans ce coffret.
- Sur le coffret en argent : Le portraits n'est pas dans ce coffret.
- Sur le coffret en plomp : Le portraits n'est pas dans le coffret en or.

Elle expliqua à son soupirant que, de ces trois affirmations, une seule, au plus, était vraie.

Quel coffret le soupirant devait-il choisir pour obtenir la main de Portia ?

Le soupirant choisit le bon coffret. Ils se marièrent et furent heureux - pour un temps. Puis un jour, Portia pensa : "*Bien que mon époux ait montré quelque intelligence en prenant le bon coffret, je pense que le problème n'était pas vraiment difficile, et si j'avais construit un problème plus difficile, j'aurai probablement trouvé un mari plus malin que le mien.*".

Séance tenante elle entreprit de divorcer et se mit en compagnie d'un mari plus astucieux. Voici ce qu'elle inscrivit cette fois sur les coffrets :

- Sur le coffret en or : Le portraits n'est pas dans le coffret en argent.
- Sur le coffret en argent : Le portraits n'est pas dans ce coffret.
- Sur le coffret en plomp : Le portraits est dans ce coffret.

¹Exercices inspiré du livre de Raymond Smullyan "Quel est le titre de ce livre?"

Elle révéla à ses nouveaux soupirants qu'une au moins de ces inscriptions était vraie et qu'un au moins était fausse.

Où avait t-elle caché son portrait ?

Epilogue :

Par un coup du destin, ce fut son ancien mari, qui était vraiment brillant, quoiqu'elle en pensât, qui devina la cachette du portrait. Ils se remarièrent. Il ramena Portia à la maison, la prit sur ces genoux et lui donna une fessée si retentissante qu'il ne lui vint jamais plus d'idée aussi saugrenue.

2 Expressions valides et satisfiables

Déterminez parmi les expressions de $CP0$ suivantes, celles qui sont valides, celles qui sont satisfiables et celles qui sont insatisfiables.

1. $p \vee \neg p$
2. $(p \supset q) \supset (\neg q \supset \neg p)$
3. $(p \wedge (p \supset q)) \supset q$
4. $(p \supset (q \supset p))$
5. $(p \supset q) \vee (q \supset p)$
6. $(\neg\neg p \supset \neg q) \supset (m \supset p)$
7. $\neg\neg p \vee p$
8. $((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \vee (r \supset \neg(q \wedge t)))) \supset u$