

Théorie des Graphes : Contrôle Terminal

Durée : 1 heure

Responsable : Prof. Christian RONSE

Documents et calculettes autorisés

Téléphones et autres moyens de communication interdits

Justifiez soigneusement vos réponses !

(1) Parcours en largeur

On a un graphe orienté simple avec sommets notés de a à g , et les arcs sont donnés en associant à chaque sommet la liste de ses successeurs (formant son voisinage sortant) :

a : b, c, d, e . (il y a un arc de a vers b , de a vers c , etc.)

b : g .

c : f .

d : f .

e : g .

f : g .

g : . (il n'y a aucun arc sortant de g .)

Questions :

- (i) Dessiner ce graphe sous forme de graphe planaire aux arcs rectilignes.
- (ii) En supposant qu'on accède aux sommets voisins d'un sommet donné dans l'ordre de la liste ci-dessus, faire un parcours en largeur de ce graphe à partir de la racine donnée par le sommet a . Donner l'ordre de passage des sommets dans la file, dessiner l'arborescence obtenue, et préciser pour chaque sommet la valeur de distance à la racine.

(2) Graphe presque eulérien

On a un graphe non orienté connexe avec au moins 4 sommets, dont exactement 4 sommets sont de degré impair, les autres étant tous de degré pair. Montrer qu'il y a deux chaînes, dont les extrémités sont ces 4 sommets de degré impair, telles que toute arête du graphe se retrouve une et une seule fois sur une et une seule chaîne.

(Indication : que faudrait-il rajouter au graphe pour le rendre Eulérien?)