Université de Strasbourg **UFR de Mathématiques et Informatique**
L3 Informatique et CMI S5 **2019-2020, semestre d'automne**

Graphes

Contrôle Continu n°3, 13 décembre 2019

Durée : 45 minutes
Responsable : Prof. Christian RONSE
Tous documents en papier autorisés mais non partagés
Calculettes inutiles
Téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifiez soigneusement vos réponses. La concision est également nécessaire.

(1) Fermeture transitive d'une relation.
Soit $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ et soit R la relation binaire sur E donnée par la matrice 4×4 booléenne $R_{i,j}$, où $R_{i,j} = 1$ si $x_i \; R \; x_j$ et $R_{i,j} = 0$ si $x_i \neg R \; x_j$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Donner la matrice correspondant à la fermeture transitive de R, obtenue par l'algorithme apparenté à Floyd-Warshall (cf. 6e TD). Il faudra exhiber les matrices des étapes 1, 2, 3 et 4.

(2) Flot maximal.
On a un réseau de transport sur le graphe ayant 5 sommets s, p, x, y, z (où s est la source et p le puits), et 7 arcs (correspondant à des couples de sommets) dotés de leurs capacités :

$$(s,x): \; 2 \; ; \quad (s,y): \; 2 \; ; \quad (x,y): \; 1 \; ; \quad (y,x): \; 1 \; ; \quad (x,z): \; 2 \; ; \quad (y,z): \; 2 \; ; \quad (z,p): \; 3 \; .$$

Exhibez quatre flots maximaux de la source s au puits p, ayant des flots entiers sur tous les arcs.

(3) Distances depuis un racine.
On prend les 5 sommets $0, 1, 2, 3, 4$, et deux sommets distincts i, j sont reliés par une arête de poids $12/|i - j|$ (par exemple, l'arête entre 1 et 4 est de poids $12/(4 - 1) = 4$). Construire au moyen de l'algorithme de Dijkstra les distances pondérées depuis la racine 1, et l'arborescence des plus courts chemins depuis cette racine.