Université de Strasbourg — **UFR de Mathématiques et Informatique**

L3 Informatique et CMI S5 — **2019-2020, semestre d'automne**

Graphes

Contrôle Continu n°2, 29 novembre 2019

Durée : 45 minutes

Responsable : Prof. Christian RONSE

Tous documents en papier autorisés mais non partagés

Calculettes inutiles

Téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifiez soigneusement vos réponses. La concision est également nécessaire.

(1) Cycles et arbres.

On considère un graphe *non orienté simple* G ayant n sommets et $n-1$ arêtes, mais qui *n'est pas un arbre*. Montrer au moyen des théorèmes vus en cours que : (a) G n'est pas connexe ; (b) il y a au moins une composante connexe de G telle que le sous-graphe qu'elle engendre a au moins un cycle ; (c) il y a au moins une composante connexe de G telle que le sous-graphe qu'elle engendre forme un arbre.

(2) Tri topologique.

On a un graphe orienté ayant 9 sommets a, b, c, d, e, f, g, h, i, et 13 arcs

$$ab,\ bc,\ da,\ db,\ eb,\ ef,\ fc,\ gd,\ ge,\ gh,\ hf,\ hi,\ if,$$

où pour simplifier on écrit xy pour un arc d'origine x et de but y. Il n'a pas de circuit. Faire un tri topologique de ce graphe au moyen de l'algorithme basé sur le parcours en profondeur ; le choix des racines et la visite des voisins sortants d'un sommet peut se faire dans l'ordre alphabétique.

(3) Arbre couvrant minimum.

On considère un graphe *non orienté simple connexe* G. Les trois situations ci-dessous sont indépendantes l'une de l'autre.

- (i) Si G possède un unique cycle, lequel des 3 algorithmes (vus en cours) de construction d'un arbre couvrant minimum sera le plus approprié ?
- (ii) Si G forme un cycle élémentaire, quels seront tous ses arbres couvrants minimum ?
- (iii) Soit k un poids. On suppose que l'ensemble A_k des arêtes de poids $\leq k$ ne contient aucun cycle (le sous-graphe partiel engendré par les arêtes de A_k et leurs extrémités est une forêt). Que peut-on dire des arbres couvrants minimum ? Expliquer au moyen de l'algorithme convenant le mieux à cette situation.