Université de Strasbourg — **UFR de Mathématiques et Informatique**
L2 Informatique et CMI S4 — **2016-2017, semestre de printemps**

Graphes

Contrôle Continu n°1, 7 mars 2017

Durée : 36 minutes

Responsable : Prof. Christian RONSE

Tous documents en papier autorisés mais non partagés

Calculettes inutiles

Téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

Justifiez soigneusement vos réponses !

NB. *Les graphes seront toujours supposés* **finis***, c.-à-d. avec un nombre fini de sommets et un nombre fini d'arcs ou arêtes.*

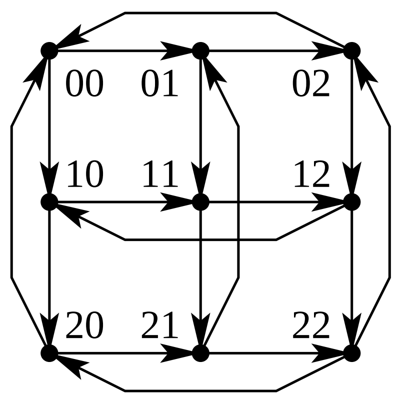
(1) Circuits.

Sur l'ensemble $\{0,1,2\}$, on définit la permutation f par $f(x) = (x+1) \bmod 3$, donc $f(0) = 1$, $f(1) = 2$ et $f(2) = 0$. On prend le graphe orienté dont les 9 sommets sont les couples (x, y) pour $x, y \in \{0,1,2\}$ et tout sommmet (x, y) est origine d'un premier arc de but $(f(x), y)$ et d'un deuxième arc de but $(x, f(y))$. Ce graphe est illustré ci-dessous à droite.

NB. Pour faciliter la réponse aux questions, tout sommet (i, j) peut être écrit ij (par exemple 00, 12, etc.), et comme le graphe est simple, tout chemin peut être donné par la suite de ses sommets.

Questions :

- (i) Donner une décomposition de ce graphe en 6 circuits élémentaires de longueur 3.
- (ii) Donner un circuit élémentaire de longueur 6.
- (iii) Donner un circuit élémentaire de longueur 9.
- (iv) Y a-t-il un circuit élémentaire d'une autre longueur que 0, 3, 6 ou 9 ? (Compter les déplacements selon l'abcisse et selon l'ordonnée.)
- (v) Ce graphe a-t-il un circuit eulérien ?



(2) Arbre.

Dans un arbre, donnez toutes les possibilités pour le nombre de sommets de degrés 3, 4, 5, etc., selon que le nombre de feuilles est égal à : (i) 2 ; (ii) 3 ; (iii) 4.