Université de Strasbourg — **UFR de Mathématiques et Informatique**

L2 Informatique S4 — **2014-2015, semestre de printemps**

Graphes

Contrôle Continu n°3, 12 mai 2015

Durée : 1 heure

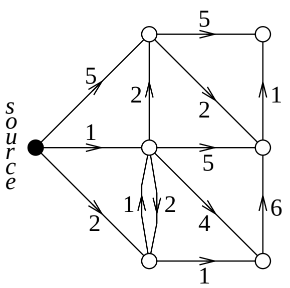
Responsable : Prof. Christian RONSE

Tous documents en papier autorisés mais non partagés

Calculettes, téléphones et appareils électroniques éteints et rangés dans un sac fermé

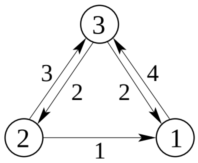
Justifiez soigneusement vos réponses !

(1) Distances et arborescence depuis une source.



Dans le graphe orienté ci-contre, le sommet source est indiqué par un disque plein •, les autres sommets par disque creux ◦. Par l'algorithme de Dijkstra, calculer la distance pondérée du sommet source à chaque sommet et construire l'arborescence donnant les plus courts chemins depuis le sommet source (c.-à-d. le graphe de la relation "père-fils"). Il faut illustrer chaque étape de l'algorithme.

(2) Distances pondérées entre toutes les paires de sommets.



Le graphe orienté ci-contre a 3 sommets s_1, s_2, s_3 et des arcs (s_i, s_j), avec des poids $p(i,j)$ comme indiqué. Calculer la matrice de distances pondérées $d(i,j)$ entre toutes les paires (s_i, s_j) de sommets par l'algorithme basé sur la "multiplication" de matrices.

(3) Réseau de transport et capacités.

On a k élèves $e_1, \ldots, e_k$, m activités culturelles $c_1, \ldots, c_m$ et n activités sportives $s_1, \ldots, s_n$. Une matrice C de dimensions $k \times m$ indique les activités culturelles qu'aiment les élèves, à savoir pour $1 \leq i \leq k$ et $1 \leq j \leq m$, $C_{ij} = 1$ si e_i aime c_j, et $C_{ij} = 0$ sinon ; de même, une matrice S de dimensions $k \times n$ indique les activités sportives qu'aiment les élèves.

On souhaite affecter les élèves à des activités culturelles et sportives en respectant les contraintes suivantes :

(a) un élève est affecté uniquement à des activités qui l'intéressent ;

(b) chaque élève est affecté à : au maximum 4 activités culturelles, au maximum 3 activités sportives, et au maximum 5 activités en tout (culturelles et sportives cumulées) ;

(c) chaque activité (culturelle ou sportive) se voit affecter au maximum 6 élèves.

Expliquer comment ce problème peut se modéliser par un réseau de transport ou flot dans un graphe : donner les sommets du graphe (sans oublier la source et le puits), les arêtes et la capacité de chacune.

NB. Il faudra "dupliquer" certains sommets.